



Уральский
федеральный
университет

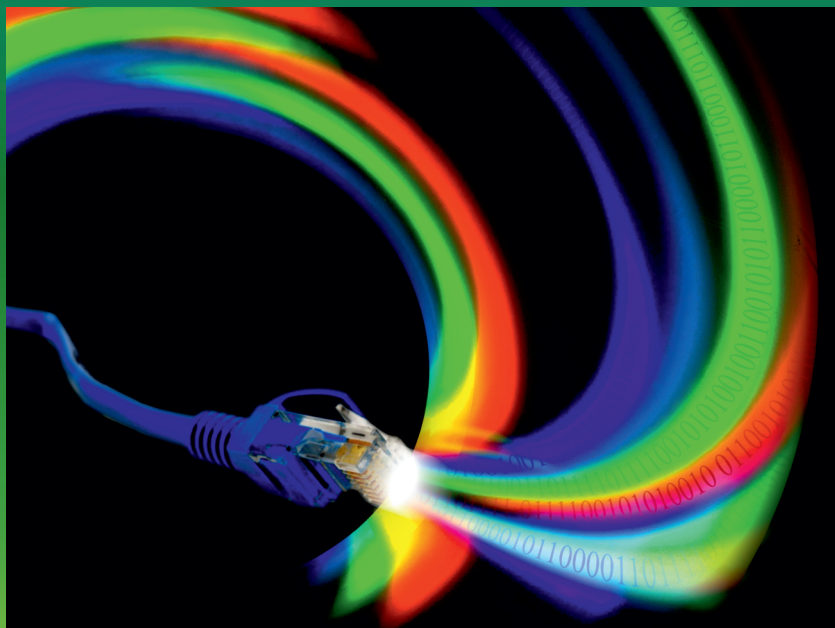
имени первого Президента
России Б.Н.Ельцина

Институт естественных наук
и математики

П. С. ЗЕЛЕНОВСКИЙ

ОСНОВЫ ИНТЕГРАЛЬНОЙ И ВОЛОКОННОЙ ОПТИКИ

Учебное пособие



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
УРАЛЬСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ ПЕРВОГО ПРЕЗИДЕНТА РОССИИ Б. Н. ЕЛЬЦИНА

П. С. Зеленовский

ОСНОВЫ ИНТЕГРАЛЬНОЙ И ВОЛОКОННОЙ ОПТИКИ

Учебное пособие

Рекомендовано
методическим советом Уральского федерального университета
в качестве учебного пособия для студентов вуза,
обучающихся по направлениям подготовки 03.03.02, 03.04.02 «Физика»,
27.03.01, 27.04.01 «Стандартизация и метрология»,
28.03.01, 28.04.01 «Нанотехнологии и микросистемная техника»,
27.04.01 «Инноватика»

Екатеринбург
Издательство Уральского университета
2019

УДК 538.8(075.8)
3485

Рецензенты:
лаборатория полупроводников и полуметаллов
Института физики металлов УрО РАН
(заведующий лабораторией
доктор физико-математических наук М. В. Якунин);
А. В. Корляков, доктор технических наук,
профессор кафедры микро- и нанoeлектроники
Санкт-Петербургского государственного
электротехнического университета

Ответственный редактор
кандидат физико-математических наук Я. Ю. Волкова

Зеленовский, П. С.

3485 Основы интегральной и волоконной оптики : учеб. пособие /
П. С. Зеленовский ; [отв. ред. Я. Ю. Волкова] ; М-во науки и высш.
образования Рос. Федерации, Урал. федер. ун-т. — Екатеринбург :
Изд-во Урал. ун-та, 2019. — 132 с.

ISBN 978-5-7996-2529-0

Учебное пособие предназначено для первоначального ознакомления с физическими основами интегральной и волоконной оптики. Большое внимание уделено особенностям распространения оптического излучения в планарных и волоконных волноводах, механизмам потерь оптического излучения, дисперсионным явлениям в волноводах. Рассмотрено устройство и принципы функционирования базовых элементов интегрально-оптических устройств.

Адресовано студентам технических специальностей, для которых прикладная оптика не является профильной специальностью, студентам естественно-научных специальностей, а также тем, кто заинтересован в получении базовых знаний по основам интегральной и волоконной оптики.

УДК 538.8(075.8)

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие.....	5
Введение.....	7
1. Планарный волновод.....	9
1.1. Приближение геометрической оптики.....	9
1.2. Электромагнитная теория распространения света в планарном волноводе.....	17
1.3. Модовый состав.....	23
1.4. Распределение напряженности и энергии электрического поля в волноводе.....	29
Вопросы для самопроверки.....	34
2. Канальные волноводы.....	35
2.1. Метод затенения поля.....	38
2.2. Метод эквивалентного волновода.....	39
Вопросы для самопроверки.....	41
3. Волоконный волновод.....	42
3.1. Приближение геометрической оптики.....	43
3.2. Распределение электромагнитных полей в сердцевине волновода.....	52
3.3. Модовый состав.....	55
Вопросы для самопроверки.....	61
4. Виды дисперсии в волноводах.....	63
4.1. Межмодовая дисперсия.....	63
4.2. Материальная дисперсия.....	66
4.3. Волноводная дисперсия.....	69
4.4. Поляризационная дисперсия.....	71

4.5. Хроматическая дисперсия.....	72
Вопросы для самопроверки.....	73
5. Градиентные волноводы.....	75
5.1. Общие принципы.....	76
5.2. Градиентный волоконный волновод.....	78
Вопросы для самопроверки.....	80
6. Потери в волноводах.....	81
6.1. Поглощение света.....	81
6.2. Рассеяние света.....	86
6.3. Внешние потери.....	90
Вопросы для самопроверки.....	93
7. Базовые элементы планарной интегральной оптики.....	94
7.1. Пассивные элементы.....	94
7.1.1. Планарные линзы.....	95
7.1.2. Торцевые отражатели.....	100
7.1.3. Планарные призмы.....	100
7.1.4. Направленные разветвители.....	101
7.1.5. Элементы ввода-вывода излучения.....	103
7.2. Активные элементы.....	107
7.2.1. Электрооптические модуляторы.....	108
7.2.2. Магнитооптические модуляторы.....	117
7.2.3. Акустооптические модуляторы.....	124
Вопросы для самопроверки.....	127
Список использованной литературы.....	129

ПРЕДИСЛОВИЕ

В предлагаемом учебном пособии рассматриваются физические основы функционирования элементов интегральной и волоконной оптики, находящихся все более широкое применение в современной науке и технике. Основное внимание уделено особенностям распространения оптического излучения в планарных и волоконных волноводах, механизмам потерь оптического излучения, дисперсионным явлениям в волноводах. Также рассмотрены устройство и принципы функционирования базовых элементов интегрально-оптических устройств.

Цель пособия — сформировать у студентов знания, умения и навыки в области интегральной и волоконной оптики, включающие в себя физические основы функционирования, устройство и основные характеристики планарных и волоконных волноводов, базовых элементов интегральной оптики, области их применения, необходимые в дальнейшем для решения типовых задач по расчету основных параметров волноводов, возникающих, в частности, при выборе и эксплуатации интегрально-оптических устройств.

Несмотря на имеющееся разнообразие специальной литературы, посвященной волноводному распространению света, различным интегрально-оптическим устройствам и оптоволоконным системам передачи информации, для ее освоения в большинстве случаев требуется глубокая математическая и физическая подготовка. Особенностью данного пособия является совместное использование пред-

ставлений как из простой (качественной) геометрической оптики, так и из точной электромагнитной теории света. Такое сочетание качественного и количественного описания позволяет студентам не только количественно охарактеризовать исследуемые явления, но и дает возможность наглядно себе их представить, что в итоге позволяет лучше усвоить материал курса.

Первые три главы пособия посвящены особенностям распространения света в планарных и волоконных волноводах и связанным с этим эффектам. В четвертой главе рассматриваются явления, приводящие к искажениям передаваемого сигнала, а в пятой описано элегантное решение для устранения этих искажений. Источники потерь оптического излучения рассмотрены в шестой главе, а в седьмой главе представлено описание устройства и принципов работы базовых функциональных элементов интегральной оптики.

В основу пособия легли лекции, читаемые автором студентам магистратуры Уральского федерального университета, обучающимся по направлениям «Нанотехнологии и микросистемная техника», «Инноватика», «Физика», «Стандартизация и метрология».

ВВЕДЕНИЕ

Стремительное развитие микроэлектроники и компьютерной техники привело во второй половине XX в. к качественным изменениям образа жизни всего человеческого общества. Очередной виток научно-технического прогресса, сравнимый по значимости с появлением интегральных микросхем и микропроцессоров, несомненно будет связан с повсеместным внедрением интегральных оптоэлектронных и фотонных устройств, открывающих принципиально новые способы передачи, хранения и обработки информации. Другими словами, речь идет о переходе от электронной обработки информации к полностью оптической.

Оптический волновод — это пространственно-неоднородная структура, предназначенная для направленной передачи света, т. е. для ограничения пространственной области, в которой может распространяться свет. Обычно такой волновод содержит область с показателем преломления, превышающим показатель преломления окружающей среды. В настоящее время оптические волноводы считаются самой совершенной физической средой для передачи больших потоков информации на значительные расстояния. Уже сейчас от темпов развития волоконно-оптических линий связи зависят уровень благосостояния целого ряда стран, а также их безопасность в ближайшем будущем.

Конструктивно оптические волноводы делятся на *планарные* и *канальные* (рис. 0.1). В планарных волноводах распространение

света ограничено в одном направлении, а в канальных — в двух. Планарные волноводы изготавливают в виде прозрачных пленок на поверхности подложки, причем показатель преломления пленки превышает показатель преломления подложки. Создают планарные и канальные волноводы при помощи таких методов, как эпитаксиальное осаждение, ионный обмен, ионная и электронная имплантация, термодиффузия, и их различных сочетаний.

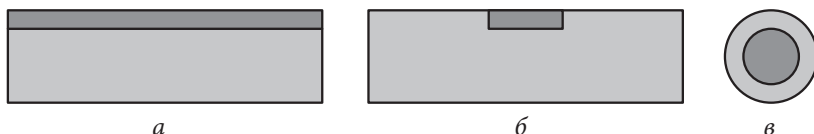


Рис. 0.1. Планарный (а), канальный (б) и волоконный (в) волноводы

Наиболее важным для передачи информации видом канальных волноводов являются *волоконные* волноводы, или оптоволокну. С их помощью осуществляется передача информации на большие расстояния, тогда как планарные и канальные волноводы применяются преимущественно в локальных интегрально-оптических устройствах, предназначенных для обработки полученной информации. Оптоволокну изготавливается вытягиванием из преформы большого стеклянного прута.

Уникальные возможности использования оптических волноводов для передачи и обработки информации обусловлены в первую очередь особенностями распространения в них света, существенно отличающимися от привычной для нас классической «трехмерной» оптики. Именно этим вопросам уделено основное внимание в данном учебном пособии. Кроме того, рассмотрено устройство и принципы функционирования базовых элементов интегрально-оптических устройств, из которых впоследствии могут быть собраны большие интегрально-оптические устройства различного назначения.

1. ПЛАНАРНЫЙ ВОЛНОВОД

1.1. Приближение геометрической оптики

Рассмотрим границу двух изотропных однородных диэлектриков без потерь с показателями преломления n_1 и n_2 . Пусть на границу падает когерентная световая волна под углом θ_1 к нормали, проведенной в точку падения. В общем случае на границе раздела волна частично отразится под тем же углом θ_1 , а частично преломится под углом θ_2 (рис. 1.1). Угол преломления связан с углом падения законом Снеллиуса:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2. \quad (1.1)$$

Мы будем различать два типа световых волн: *ТЕ*- и *ТМ*-волны. Вектор напряженности электрического поля (поляризация) *ТЕ*-волны перпендикулярен плоскости падения (рис. 1.1), тогда как поляризация *ТМ*-волны лежит в плоскости падения.

Амплитуда B отраженной волны линейно связана с амплитудой A падающей волны: $B = RA$, где R — коэффициент отражения, который для *ТЕ*- и *ТМ*-волн определяется формулами Френеля:

$$R_{\text{TE}} = \frac{n_1 \cos \theta_1 - n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2} = \frac{n_1 \cos \theta_1 - \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_1}}{n_1 \cos \theta_1 + \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_1}},$$

$$R_{\text{TM}} = \frac{n_2 \cos \theta_1 - n_1 \cos \theta_2}{n_2 \cos \theta_1 + n_1 \cos \theta_2} = \frac{n_2^2 \cos \theta_1 - n_1 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_1}}{n_2^2 \cos \theta_1 + n_1 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_1}}. \quad (1.2)$$

Из закона Снеллиуса следует, что при таком угле падения, когда $n_1 \sin \theta_1 > n_2$, свет не будет проникать в среду с показателем преломления n_2 , т.е. возникнет *полное внутреннее отражение*. Критический угол θ_c находится из выражения

$$\sin \theta_c = \frac{n_2}{n_1}. \quad (1.3)$$

До тех пор, пока $\theta_1 < \theta_c$, свет частично преломляется, но как только $\theta_1 > \theta_c$, возникает полное внутреннее отражение.

При полном внутреннем отражении $|R| = 1$, а отраженный свет испытывает сдвиг фазы относительно падающего. Если предста-

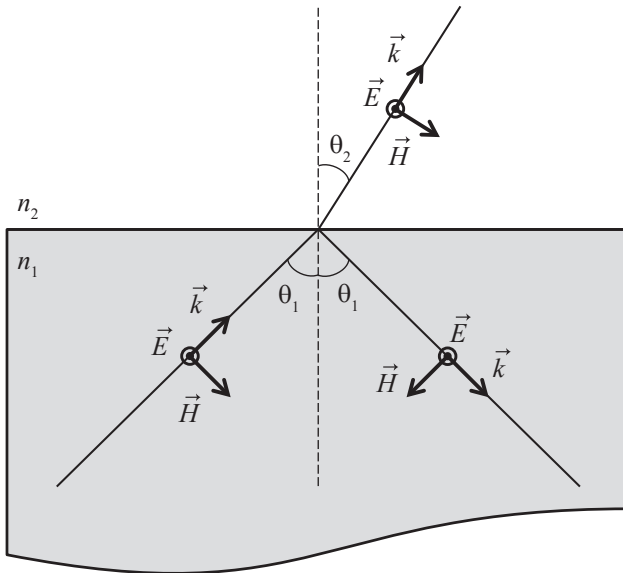


Рис. 1.1. Отражение ТЕ-волны от границы раздела двух сред

вить коэффициент отражения в виде комплексной экспоненты $R = \exp(i\varphi)$, то сдвиг фазы будет определяться следующим образом:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \frac{\varphi_{\text{ТЕ}}}{2} &= \frac{\sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta_1 + n_2^2}}{n_1 \cos \theta_1}, \\ \operatorname{tg} \frac{\varphi_{\text{ТМ}}}{2} &= \frac{n_1^2 \sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta_1 - n_2^2}}{n_2^2 \cos \theta_1}. \end{aligned} \quad (1.4)$$

Графически зависимости сдвига фазы от угла падения для различных отношений показателей преломления представлены на рис. 1.2. Разница в сдвиге фазы для ТЕ- и ТМ-волн проявляется и в угловой зависимости коэффициентов отражения. Для ТЕ-волны коэффициент отражения монотонно увеличивается с увеличением угла падения, тогда как для ТМ-волны наблюдается немонотонная зависимость (рис. 1.2). Величина коэффициента отражения сначала уменьшается, достигает нулевого значения, а затем быстро возрастает. Угол θ_B , при котором отраженный свет оказывается полностью поляризованным перпендикулярно плоскости падения, называется *углом Брюстера*.

Рассмотрим теперь *планарный волновод* толщиной h . Выберем систему координат таким образом, чтобы свет распространялся в направлении оси Z , а ось X была перпендикулярна плоскости волновода (рис. 1.3). Будем считать, что внутри волновода показатель преломления n_1 постоянен, а на границе меняется скачком до n_2 , причем $n_1 > n_2$.

Световая волна будет все время оставаться внутри волновода, если угол θ , под которым она распространяется, удовлетворяет условию полного внутреннего отражения. В среде с показателем преломления n_1 направление распространения монохроматического света с частотой ω (длиной волны λ) определяется вектором $\vec{k}n_1$, где \vec{k} — волновой вектор ($|\vec{k}| = k = 2\pi/\lambda = \omega/c$, а c — скорость света в вакууме). Z -Компонента вектора $\vec{k}n_1$ называется *постоянной распространения* световой волны: $\beta = kn_1 \sin \theta$.

Поскольку в планарном волноводе световая волна испытывает попеременное отражение от двух границ, то в направлении X образуется стоячая волна, распространяющаяся вдоль оси Z . Стоячая волна может возникнуть только при некоторых дискретных значениях угла θ и постоянной распространения β . Световые волны, удовлетворяющие этим параметрам, называются *волноводными модами*. Волны, которые не удовлетворяют этому условию, выходят за пределы волновода и называются *излучательными модами*.

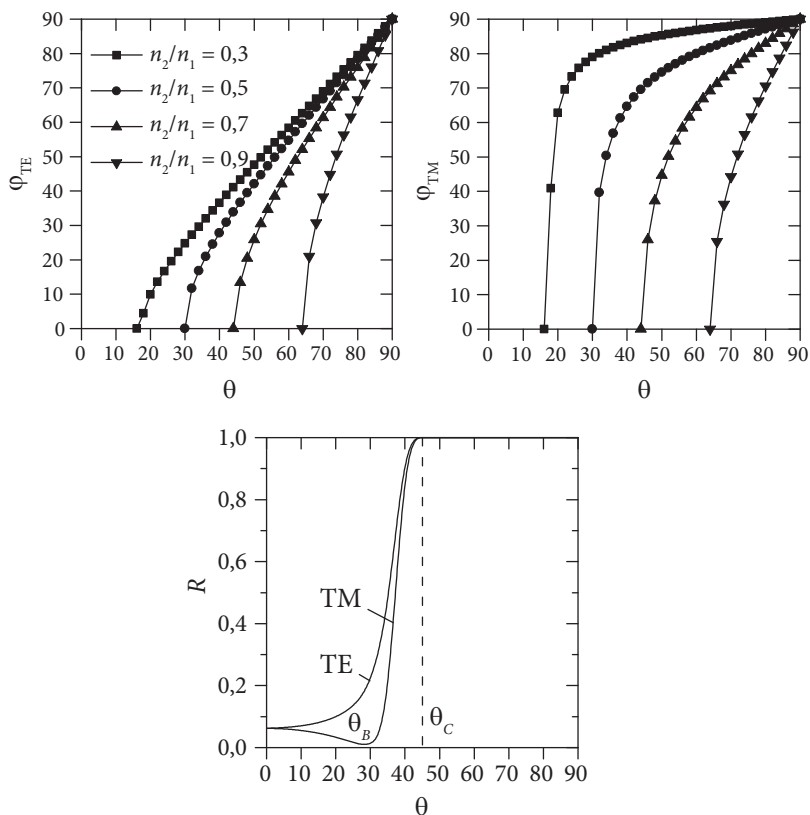


Рис. 1.2. Зависимости сдвига фазы φ и коэффициента отражения R от угла падения θ

Определим, каким значениям θ и β соответствуют волноводные моды. Для возникновения стоячей волны необходимо, чтобы полный сдвиг фазы на расстоянии h был кратным 2π . Полный сдвиг фазы складывается из сдвига при движении волны от нижней границы к верхней, сдвига при движении волны от верхней границы к нижней (отраженная волна) и сдвига фазы при отражении от обеих границ:

$$2kn_1h \cos \theta - 2\varphi = 2\pi v, \quad (1.5)$$

где $v = 0, 1, 2, \dots$ определяет *порядок моды*, а φ находится из уравнений (1.3). Для ТЕ-волны это равенство запишется в виде

$$kn_1h \cos \theta - 2 \arctg \frac{\sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta - n_2^2}}{n_1 \cos \theta} = \pi v. \quad (1.6)$$

Если выразить θ из определения β , а k записать через частоту волны, то после подстановки в (1.6) получим *дисперсионное уравнение волновода*, позволяющее найти β как функцию от ω . Эта зависимость

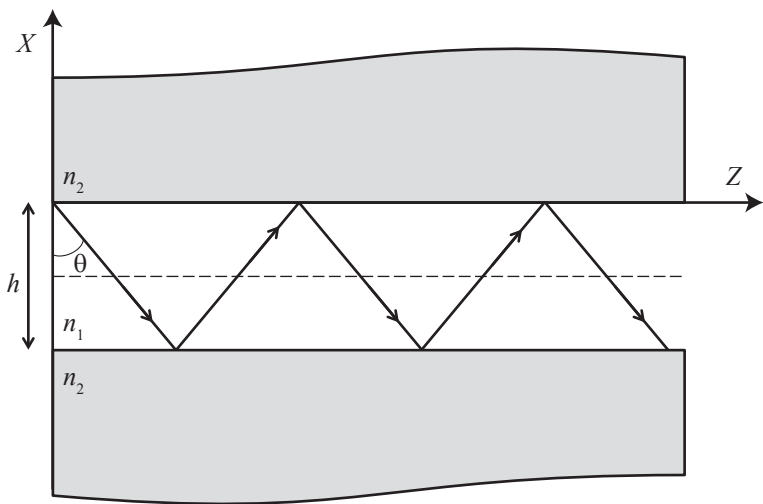


Рис. 1.3. Распространение луча света
в планарном волноводе

имеет дискретный вид и две асимптотики: kn_1 и kn_2 (рис. 1.4). Моды с $\beta > kn_1$ не существуют (так как $\beta = kn_1 \sin \theta$, то $\sin \theta > 1$), а моды с $\beta < kn_2$ являются излучательными (для них условие полного внутреннего отражения не выполняется, поскольку $\sin \theta < \sin \theta_c = n_2/n_1$). Таким образом, для световой волны с заданной частотой постоянная распространения β лежит в пределах $kn_2 < \beta < kn_1$.

Из рис. 1.4 следует, что при заданных геометрических параметрах волновода число волноводных мод, распространяющихся по волноводу, определяется частотой световой волны.

Дисперсионное уравнение примет более простой вид, если ввести (переобозначить) некоторые переменные:

1) *эффективный показатель преломления*:

$$N = \frac{\beta}{k} = n_1 \sin \theta;$$

2) *нормированный показатель преломления*:

$$b = \frac{N^2 - n_2^2}{n_1^2 - n_2^2};$$

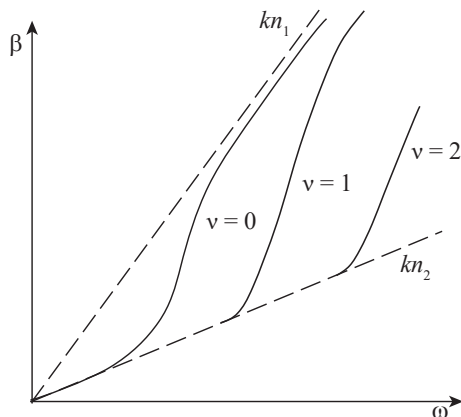


Рис. 1.4. Численное решение дисперсионного уравнения волновода

3) *нормированная частота*:

$$V = hk\sqrt{n_1^2 - n_2^2}.$$

В этих переменных дисперсионное уравнение можно записать следующим образом:

$$V\sqrt{1-b} = \pi v + \arctg\sqrt{\frac{b}{1-b}}. \quad (1.7)$$

Численное решение этого уравнения позволяет найти зависимость $b(V)$, представленную на рис. 1.5.

Из рис. 1.5 видно, что условием существования любой моды (за исключением нулевой, которую также называют *основной* или *фундаментальной*) является превышение параметром V некоторого порогового значения, которое зависит от длины волны излучения и толщины волновода. Это условие называется *условием отсечки моды*.

Следует отметить, что при полном внутреннем отражении при падении света на границу раздела диэлектриков в оболочке возникают поверхностные электромагнитные волны, которые перено-

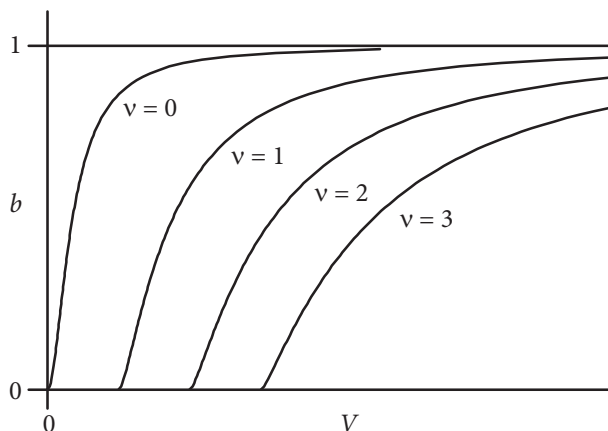


Рис. 1.5. Численное решение уравнения (1.7) для разных волноводных мод

сят энергию световой волны на некоторое расстояние, после чего она переизлучается (отражается). В результате точка отражения луча B сдвигается относительно точки падения A на расстояние $2z_s$ (рис. 1.6). Это явление называется *эффектом Гуса — Хэнхена*.

Сдвиг z_s для ТЕ-волны составляет $z_s = \frac{\operatorname{tg} \theta}{k\sqrt{N^2 - n_2^2}}$, а для ТМ-волны

$$z_s = \frac{\operatorname{tg} \theta}{k\sqrt{N^2 - n_2^2} \left(\frac{N^2}{n_2^2} + \frac{N^2}{n_1^2} - 1 \right)}.$$

Сдвиг точки отражения вдоль волновода в результате эффекта Гуса — Хэнхена аналогичен отражению света от границы, смещенной на расстояние $x_s = z_s / \operatorname{tg} \theta$ вглубь оболочки. Поэтому можно ввести *эффективную толщину волновода* $h_{\text{eff}} = h + 2x_s$ и пользоваться всеми ранее полученными формулами.

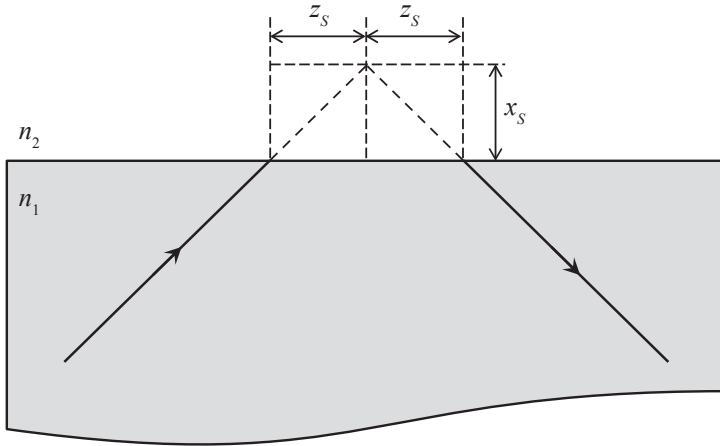


Рис. 1.6. Иллюстрация эффекта Гуса — Хэнхена

1.2. Электромагнитная теория распространения света в планарном волноводе

Для полного описания явлений, имеющих место в волноводе, необходимо использовать электромагнитную теорию, которая не только позволяет получить решения для всего спектра мод, но и определить распределение поля по сечению волновода. Вспомним основные положения электромагнитной теории.

Согласно электромагнитной теории все электрические и магнитные явления описываются четырьмя *уравнениями Максвелла*:

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho,$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0,$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t},$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}.$$

К этим уравнениям следует также добавить *материальные соотношения*, связывающие между собой все эти векторы в веществе:

$$\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}, \quad \vec{j} = \sigma \vec{E}.$$

Здесь введены следующие обозначения: \vec{D} — вектор электрической индукции, \vec{B} — вектор магнитной индукции, \vec{E} — напряженность электрического поля, \vec{H} — напряженность магнитного поля, \vec{j} — плотность тока, ε — диэлектрическая проницаемость, ε_0 — диэлектрическая постоянная, μ — магнитная проницаемость, μ_0 — магнитная постоянная, σ — удельная проводимость, ρ — объемная плотность заряда.

В случае распространения электромагнитных волн в однородном изотропном диэлектрике ($\sigma = 0$, $\rho = 0$, $\vec{j} = 0$) с постоянными значениями ε и μ уравнения Максвелла можно записать в виде

$$\operatorname{div} \vec{E} = 0, \quad (1.8)$$

$$\operatorname{div} \vec{H} = 0, \quad (1.9)$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \quad (1.10)$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\mu \mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}. \quad (1.11)$$

Применим к обеим частям уравнения (1.11) операцию rot :

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{E} = -\mu \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} (\operatorname{rot} \vec{H}) = -\varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}.$$

Поскольку $\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{E} = \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \vec{\nabla} \cdot \vec{E} - \nabla^2 \vec{E} = -\nabla^2 \vec{E}$, то получаем *волновое уравнение* для напряженности электрического поля:

$$\nabla^2 \vec{E} - \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0. \quad (1.12)$$

Аналогичным образом можно получить волновое уравнение для напряженности магнитного поля:

$$\nabla^2 \vec{H} - \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0. \quad (1.13)$$

Наиболее простым решением такого уравнения является плоская монохроматическая волна вида $\vec{E} = \vec{E}_0 \exp(i(\omega t - \vec{k}\vec{r}))$. Подставив это выражение в (1.12), получим волновое уравнение для плоской монохроматической волны: $\nabla^2 \vec{E} + \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \omega^2 \vec{E} = 0$.

Волновое уравнение позволяет определить пространственное распределение напряженности электрического и магнитного полей волны в любой заданный момент времени. Определим энергетиче-

ские характеристики электромагнитной волны. Умножим скалярно уравнение $\text{rot } \vec{H} = \partial \vec{D} / \partial t$ на \vec{E} . Получим следующее:

$$\vec{E} \cdot \text{rot } \vec{H} = \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad \text{или} \quad \vec{E} \cdot \text{rot } \vec{H} - \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = 0.$$

Используя тождество векторного анализа $\vec{E} \cdot \text{rot } \vec{H} = \vec{H} \cdot \text{rot } \vec{E} - \text{div} [\vec{E} \times \vec{H}]$, можно записать

$$\vec{H} \cdot \text{rot } \vec{E} - \vec{E} \cdot \text{rot } \vec{H} - \text{div} [\vec{E} \times \vec{H}] = 0.$$

Поскольку $\text{rot } \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$, а $\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$, запишем полученное уравнение в виде

$$\vec{H} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \text{div} [\vec{E} \times \vec{H}] = \frac{\partial U}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{S} = 0,$$

известном как *теорема Пойнтинга*. Здесь $U = \frac{1}{2} (\vec{E} \cdot \vec{D} + \vec{B} \cdot \vec{H})$ — плотность потока энергии, а $\vec{S} = [\vec{E} \times \vec{H}]$ — вектор Пойнтинга, численно равный мощности, переносимой полем через единичную площадку в направлении вектора \vec{S} . Обычно $\vec{S} \perp \vec{E} \perp \vec{H}$ и совпадает с направлением распространения волны. Однако в материалах с отрицательным показателем преломления, для которых одновременно $\varepsilon < 0$ и $\mu < 0$, направление вектора Пойнтинга оказывается противоположным волновому вектору. Другими словами, в материалах с отрицательным показателем преломления фазовая скорость световой волны противоположна потоку энергии.

Поскольку приемники оптического излучения реагируют не на изменение поля, а на среднюю мощность светового потока, то в качестве энергетической характеристики используют интенсивность I электромагнитной волны, которая численно равна энергии, переносимой волной в единицу времени через единичную площадку: $I = \langle S \rangle$. В случае плоской монохроматической волны $I = \langle S \rangle \propto E_0^2$.

Рассмотрим теперь планарный волновод с показателем преломления n_1 , окруженный слоями материалов с меньшими показателями преломления n_2 и n_3 (рис. 1.7). Выберем систему координат так, чтобы световая волна распространялась вдоль оси Z , а ось X была перпендикулярна плоскости волновода. Тогда решениями волновых уравнений (1.12) и (1.13) будет плоская монохроматическая волна с напряженностями электрического и магнитного полей

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \vec{E}_0(x, y) \exp(i(\omega t - \beta z)), \\ \vec{H} &= \vec{H}_0(x, y) \exp(i(\omega t - \beta z)),\end{aligned}\quad (1.14)$$

где ω — угловая частота; β — постоянная распространения волны вдоль направления Z , которая зависит от граничных условий, накладываемых на $\vec{E}_0(x, y)$.

Для бесконечного ($W \rightarrow \infty$) планарного диэлектрического волновода, лежащего в плоскости YZ , все производные по y должны быть равны нулю. При данной геометрии нулю также равны x - и z -компоненты вектора $\vec{E}_0(x, y)$ для ТЕ-волн и вектора $\vec{H}_0(x, y)$ для ТМ-волн. Будем считать, что $\mu = 1$. Тогда подстановка выражений (1.14) в уравнения Максвелла ((1.8)–(1.11)) приведет к соотношениям, связывающим различные компоненты амплитуд напряжен-

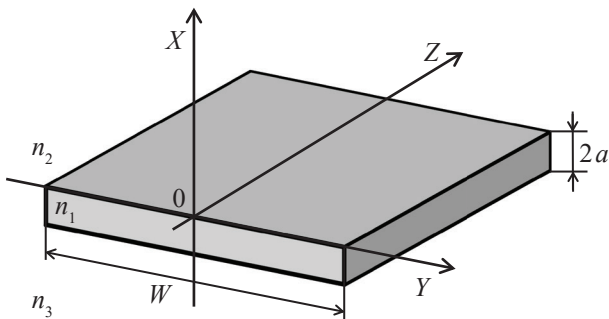


Рис. 1.7. Планарный волновод толщиной $2a$ и шириной W , лежащий в плоскости YZ

ности электрического и магнитного полей для ТЕ- и ТМ-волн (для удобства индекс «0» опущен):

ТЕ-волны:

$$\beta E_y = -\mu_0 \omega H_x; \quad (1.15)$$

$$-i\beta H_x - \frac{\partial H_z}{\partial x} = i\varepsilon\varepsilon_0 \omega E_y; \quad (1.16)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -i\mu_0 \omega H_z; \quad (1.17)$$

ТМ-волны:

$$\beta H_y = -\varepsilon\varepsilon_0 \omega E_x; \quad (1.18)$$

$$i\beta E_x + \frac{\partial E_z}{\partial x} = i\omega\mu_0 H_y; \quad (1.19)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} = i\varepsilon\varepsilon_0 \omega E_z. \quad (1.20)$$

Если из уравнений для ТЕ-волн исключить H_x и H_z , а из уравнений для ТМ-волн — E_x и E_z , то получим волновые уравнения для компонент E_y и H_y в виде

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + (\omega^2 \varepsilon\varepsilon_0 \mu_0 - \beta^2) E_y = 0; \quad (1.21)$$

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} + (\omega^2 \varepsilon\varepsilon_0 \mu_0 - \beta^2) H_y = 0. \quad (1.22)$$

Решение этих уравнений — монохроматические плоские волны, распространяющиеся вдоль направления X :

$$\begin{aligned} E_y &= E_{y0} \exp(ik_x x), \\ H_y &= H_{y0} \exp(ik_x x), \end{aligned} \quad (1.23)$$

где k_x — волновой вектор распространения волны в направлении X , причем $k_x^2 = k^2 n^2 - \beta^2 = \omega^2 \epsilon \epsilon_0 \mu_0 - \beta^2$.

Рассмотрим связь между волновыми векторами падающей и преломленной волн на «верхней» границе волновода. Для этого составим векторные диаграммы волновых векторов и обозначим для удобства волновой вектор k_x в среде с показателем преломления n_1 как k_1 , а в среде с показателем преломления n_2 — как k_2 (рис. 1.8). Используя эти диаграммы, можно записать следующие соотношения:

$$\begin{aligned} k_1 &= n_1 k \cos \theta_1; \\ k_2 &= n_2 k \cos \theta_2; \\ k_1^2 - k_2^2 &= (n_1^2 - n_2^2) k^2. \end{aligned}$$

Из этих соотношений следует, что при увеличении угла θ_1 величина волнового вектора k_2 постепенно уменьшается. Когда же

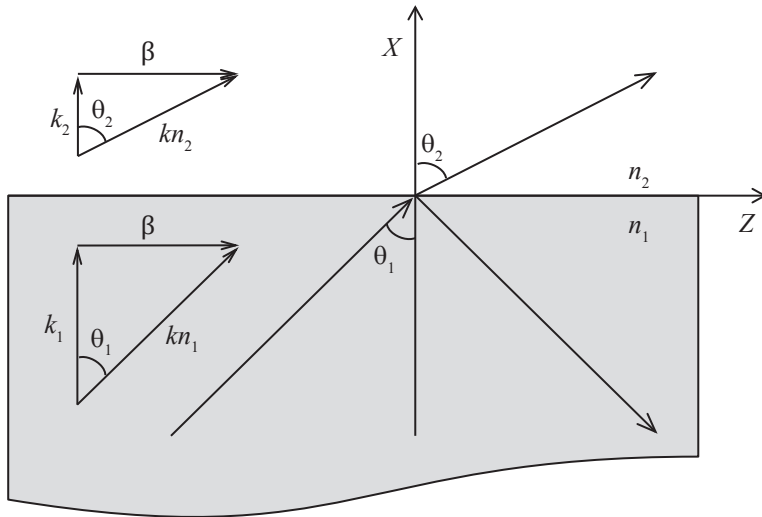


Рис. 1.8. Векторные диаграммы волновых векторов при отражении света от границы раздела двух сред

угол θ_1 достигает критического значения θ_c и наступает полное внутреннее отражение, k_2 становится равным нулю. При дальнейшем увеличении θ_1 k_2 становится мнимым: $k_2 = -i\gamma$, что означает экспоненциальное спадание напряженности электрического поля E_y в направлении X . Аналогичные соотношения и выводы можно получить и для «нижней» границы волновода.

Таким образом, напряженность электрического поля E_y волноводной моды является осциллирующей функцией в волноводном слое, тогда как вне волновода она экспоненциально затухает. Если за пределами волновода волновой вектор k_2 вдруг принимает действительные значения, это означает, что электромагнитная волна выходит за пределы волновода и уносит с собой энергию. В этом случае говорят, что мода находится в *состоянии отсечки*.

1.3. Модовый состав

Волновод, показанный на рис. 1.7, характеризуется ступенчатым профилем распределения показателя преломления вдоль направления X :

$$n(x) = \begin{cases} n_2, & x \geq 0, \\ n_1, & -2a < x < 0, \\ n_3, & x \leq -2a, \end{cases} \quad (1.24)$$

где $n_1 > n_2 > n_3$.

Для ТЕ-мод в каждой из трех областей можно записать свое волновое уравнение вида

$$\frac{d^2 E_y}{dx^2} + (k^2 n^2 - \beta^2) E_y = 0. \quad (1.25)$$

Поскольку, согласно дисперсионному уравнению (1.6), для волноводной моды с волновым вектором β должно выполняться усло-

вие $kn_3 < kn_2 < \beta < kn_1$, в каждой из областей волновое уравнение (1.25) запишется по-своему:

$$\begin{cases} \frac{d^2 E_y}{dx^2} - \gamma_2^2 E_y = 0, & x \geq 0, \\ \frac{d^2 E_y}{dx^2} + k_1^2 E_y = 0, & -2a < x < 0, \\ \frac{d^2 E_y}{dx^2} - \gamma_3^2 E_y = 0, & x \leq -2a. \end{cases} \quad (1.26)$$

Здесь введены обозначения:

$$\begin{aligned} k_1^2 &= k^2 n_1^2 - \beta^2, \\ \gamma_2^2 &= \beta^2 - k^2 n_2^2, \\ \gamma_3^2 &= \beta^2 - k^2 n_3^2. \end{aligned} \quad (1.27)$$

Система уравнений (1.26) представляет собой систему однородных дифференциальных уравнений. В общем виде ее решение можно записать следующим образом:

$$E_y = \begin{cases} A \exp(-\gamma_2 x), & x \geq 0, \\ B \exp(ik_1 x) + C \exp(-ik_1 x), & -2a < x < 0, \\ D \exp(\gamma_3 x), & x \leq -2a. \end{cases} \quad (1.28)$$

Представление E_y в такой форме учитывает осциллирующий характер поля внутри и затухание поля снаружи волновода. Константы A , B , C и D определяются из граничных условий вида

$$E_{y1} \Big|_{x=0} = E_{y2} \Big|_{x=0} \quad \text{и} \quad \frac{\partial E_{y1}}{\partial x} \Big|_{x=0} = \frac{\partial E_{y2}}{\partial x} \Big|_{x=0}. \quad (1.29)$$

Подстановка выражений для поля E_y и его производной в граничные условия дает четыре соотношения:

$$\begin{aligned} x = 0: & \quad \begin{cases} A = B + C, \\ -A\gamma_2 = ik_1(B - C); \end{cases} \\ x = -2a: & \quad \begin{cases} B \exp(-ik_1 2a) + C \exp(ik_1 2a) = D \exp(-\gamma_3 2a), \\ ik_1 [B \exp(-ik_1 2a) - C \exp(ik_1 2a)] = \gamma_3 D \exp(-\gamma_3 2a). \end{cases} \end{aligned}$$

Исключая из этих уравнений константы A и D и используя тождество $\exp(\pm 2i \arctg x) = \pm \frac{2ix}{1+x^2} + \frac{1-x^2}{1+x^2}$, получаем

$$\begin{aligned} x = 0: & \quad B = C \exp\left(2i \arctg \frac{\gamma_2}{k_1}\right), \\ x = -2a: & \quad B = C \exp(2ik_1 2a) \exp\left(-2i \arctg \frac{\gamma_3}{k_1}\right). \end{aligned}$$

Поскольку показатели степени экспонент должны быть равны с точностью до 2π , то

$$2k_1 a = \arctg \frac{\gamma_2}{k_1} + \arctg \frac{\gamma_3}{k_1} - \pi v, \quad (1.30)$$

где $v = 0, 1, 2, \dots$ — порядок моды. Это выражение определяет разрешенные значения волнового числа k_1 и постоянной распространения β моды v -го порядка. Если $n_2 = n_3$, то возникают две независимые группы решений:

$$\begin{cases} k_1 a \operatorname{tg}(k_1 a) = \gamma_2 a & \text{при четных } v, \\ k_1 a \operatorname{ctg}(k_1 a) = -\gamma_2 a & \text{при нечетных } v. \end{cases} \quad (1.31)$$

Кроме того, поскольку $k_1^2 - k_2^2 = (n_1^2 - n_2^2)k^2$, а $k_2 = -i\gamma_2$, величины $k_1 a$ и $\gamma_2 a$ связаны между собой уравнением окружности

$$(k_1 a)^2 + (\gamma_2 a)^2 = (ka)^2 (n_1^2 - n_2^2). \quad (1.32)$$

Радиус этой окружности $ka\sqrt{n_1^2 - n_2^2}$ зависит как от параметров волновода, так и от характеристик распространяющегося в нем света.

Значения k_1 , γ_2 и β для различных волноводных мод волновода должны одновременно удовлетворять уравнениям (1.31) и (1.32). Графически это можно изобразить как точки пересечения окружностей (1.32) и кривых (1.31). На рис. 1.9 представлены окружности, соответствующие различной толщине волновода на основе AlGaAs с показателями преломления $n_1 = 3,590$ и $n_2 = 3,385$, по которому распространяется свет с длиной волны 0,9 мкм. Параметр $a = 0,1$ мкм.

Каждой моде соответствует свое дисперсионное уравнение, которое можно получить, взяв тангенс обеих частей уравнения (1.30):

$$\operatorname{tg}(2k_1 a) = \frac{k_1 (\gamma_2 + \gamma_3)}{k_1^2 - \gamma_2 \gamma_3}. \quad (1.33)$$

Вновь вводя эффективный показатель преломления N , нормированную частоту V , нормированный показатель преломления b , а также параметр асимметрии σ :

$$N = \beta/k, \quad V = 2ak\sqrt{n_1^2 - n_2^2}, \quad b = \frac{N^2 - n_2^2}{n_1^2 - n_2^2}, \quad \sigma = \frac{n_3^2 - n_2^2}{n_1^2 - n_3^2},$$

дисперсионное уравнение (1.33) можно переписать в обобщенном виде:

$$\operatorname{tg}(V\sqrt{1-b}) = \frac{\sqrt{\frac{b}{1-b}} + \sqrt{\frac{b+\sigma}{1-b}}}{1 - \frac{\sqrt{b(b+\sigma)}}{1-b}}. \quad (1.34)$$

Для симметричного волновода ($n_2 = n_3$) уравнение (1.34) сводится к уравнению (1.7), полученному в рамках геометрической оптики. Зависимость нормированного показателя преломления b от нормированной частоты волновода V для планарных волноводов представлена на рис. 1.10.

Для ТМ-мод в планарном волноводе волновое уравнение имеет вид

$$\frac{d^2 H_y}{dx^2} + (k^2 n^2 - \beta^2) H_y = 0. \quad (1.35)$$

Проводя аналогичные случаю ТЕ-мод операции, получается дисперсионное уравнение

$$\operatorname{tg}(2k_1 a) = \frac{k_1 \left(\frac{n_1^2}{n_3^2} \gamma_2 + \frac{n_1^2}{n_2^2} \gamma_3 \right)}{k_1^2 - \frac{n_1^4}{n_3^2 n_2^2} \gamma_2 \gamma_3}, \quad (1.36)$$

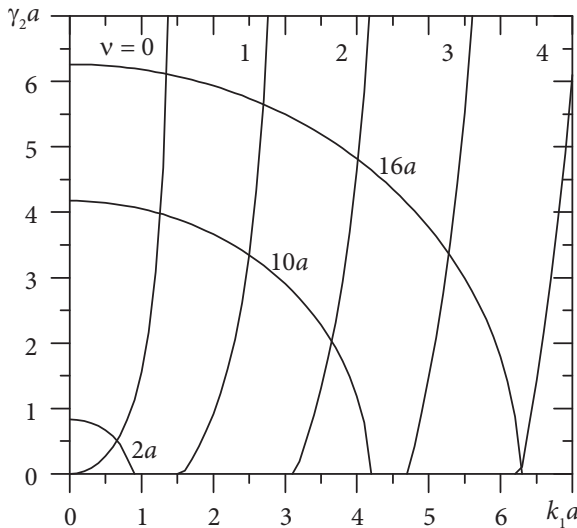


Рис. 1.9. Графическое решение уравнений (1.31) и (1.32)

которое преобразуется в обобщенное:

$$\operatorname{tg}(V\sqrt{1-b}) = \frac{\frac{1}{\gamma'_1}\sqrt{\frac{b}{1-b}} + \frac{1}{\gamma'_2}\sqrt{\frac{b+\sigma}{1-b}}}{1 - \frac{1}{\gamma'_1\gamma'_2}\sqrt{\frac{b(b+\sigma)}{1-b}}}, \quad (1.37)$$

где $\gamma'_1 = \frac{n_3^2}{k_1^2}$ и $\gamma'_2 = \frac{n_2^2}{k_1^2}$.

Дисперсионные уравнения позволяют получить условия отсечки мод. Волноводная мода возникает в том случае, когда электрическое поле в среде 2 становится осциллирующим. Из условия $kn_3 < kn_2 < \beta < kn_1$ и выражений (1.27) следует, что поле становится осциллирующим при $\beta = kn_2$, и, следовательно, $\gamma_2 = 0$ и $b = 0$.

В случае симметричного волновода, у которого $\sigma = 0$ и $\gamma_2 = \gamma_3$, это означает, что условие отсечки имеет вид

$$\operatorname{tg}(2k_1a) = 0 \text{ или } 2k_1a = v\pi, \quad (1.38)$$

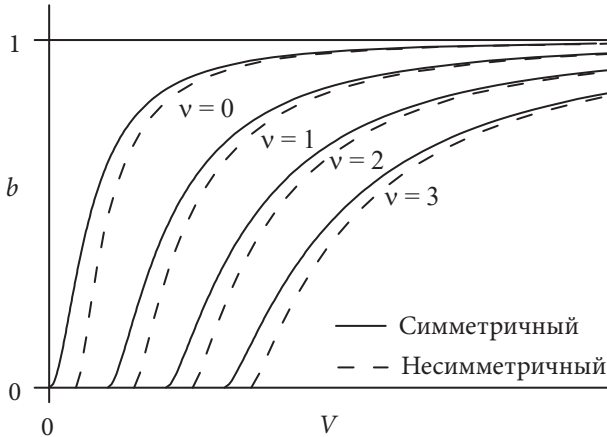


Рис. 1.10. Зависимость нормированного показателя преломления b от нормированной частоты V для разных мод в симметричном ($\sigma = 0$) и несимметричном ($\sigma = 30$) волноводах

где $v = 0, 1, 2, \dots$. Для низшей моды отсечки нет (рис. 1.10), поэтому для нее выполняется условие $k_1 a = 0$. Для остальных мод условие отсечки записывается в виде

$$2ak\sqrt{n_2^2 - n_1^2} = v\pi. \quad (1.39)$$

Таким образом, чтобы мода могла распространяться в волноводе, должно выполняться условие

$$n_2 - n_1 > \frac{v^2 \lambda_0^2}{16a^2 (n_1 + n_2)}. \quad (1.40)$$

Из условия отсечки (1.39) можно получить выражение для определения числа волноводных мод, которые могут возбуждаться в волноводе:

$$v = \frac{2ak}{\pi} \sqrt{n_2^2 - n_1^2} = \frac{4a}{\pi} \sqrt{n_2^2 - n_1^2}. \quad (1.41)$$

В несимметричном волноводе при $\beta = kn_2$ или $\beta = kn_3$ правая часть дисперсионного уравнения (1.33) отлична от нуля. Это означает, что в таком волноводе отсечка существует для всех мод.

1.4. Распределение напряженности и энергии электрического поля в волноводе

Если известна постоянная распространения моды β , то можно найти распределение амплитуды поля в каждой из областей волновода. Для этого выражение для напряженности электрического поля записывается в виде

$$E_y = \begin{cases} A \exp(-\gamma_2 x), & x \geq 0, \\ B \exp(ik_1 x) + C \exp(-ik_1 x), & -2a < x < 0, \\ D \exp(\gamma_3 x), & x \leq -2a. \end{cases} \quad (1.42)$$

Однако физический смысл имеет только действительная часть этой амплитуды:

$$E_y = \begin{cases} A \exp(-\gamma_2 x), & x \geq 0, \\ B \cos(k_1 x) + C \sin(k_1 x), & -2a < x < 0, \\ D \exp(\gamma_3 x), & x \leq -2a. \end{cases} \quad (1.43)$$

Используя прежние граничные условия (1.29), получим

$$\begin{aligned} x = 0: & \quad \begin{cases} A = B, \\ -A\gamma_2 = k_1 C; \end{cases} \\ x = -2a: & \quad \begin{cases} B \cos(k_1 2a) - C \sin(k_1 2a) = D \exp(-\gamma_3 2a), \\ k_1 [-B \sin(k_1 2a) + C \cos(k_1 2a)] = \gamma_3 D \exp(-\gamma_3 2a). \end{cases} \end{aligned} \quad (1.44)$$

Константы A , B , C и D находятся из этих выражений. Для простоты можно выразить все константы через одну, например, A . Распределение поля E_y во всех трех областях для произвольной моды с постоянной распространения β имеет вид

$$E_y = \begin{cases} A \exp(-\gamma_2 x), & x \geq 0, \\ A \left(\cos(k_1 x) - \frac{\gamma_2}{k_1} \sin(k_1 x) \right), & -2a < x < 0, \\ A \left(\cos(2k_1 a) + \frac{\gamma_2}{k_1} \sin(2k_1 a) \right) \exp(\gamma_3 (x + 2a)), & x \leq -2a. \end{cases} \quad (1.45)$$

Если подставить в это выражение ранее полученные значения γ_2 , k_1 и γ_3 , то получим распределение амплитуды поля для ТЕ-мод (рис. 1.11). Для ТМ-мод выражения для амплитуды магнитного поля имеют вид

$$H_y = \begin{cases} A \exp(-\gamma_2 x), & x \geq 0, \\ A \left(\cos(k_1 x) - \frac{n_1^2 \gamma_2}{n_2^2 k_1} \sin(k_1 x) \right), & -2a < x < 0, \\ A \left(\cos(2k_1 a) + \frac{n_1^2 \gamma_2}{n_2^2 k_1} \sin(2k_1 a) \right) \exp(\gamma_3 (x + 2a)), & x \leq -2a. \end{cases} \quad (1.46)$$

Константа A в выражениях (1.45) и (1.46) характеризует суммарную энергию, переносимую модой. Для этого поле E_y должно соответствовать потоку мощности в 1 Вт на единицу ширины в направлении Y в моде:

$$\frac{\beta_v}{2\omega\mu_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(E_y^{(v)}(x) \right)^2 dx = 1. \quad (1.47)$$

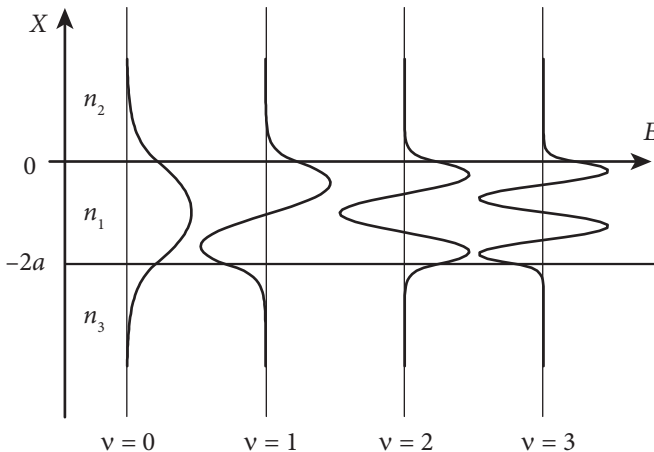


Рис. 1.11. Распределение амплитуды напряженности электрического поля в первых ТЕ-модах планарного волновода

Здесь ν — порядок моды, которой соответствует постоянная распространения β_ν . Подставляя в условие нормировки (1.47) выражение для амплитуды поля (1.45), получим

$$A_\nu = 2\gamma_{2(\nu)} \sqrt{\frac{\omega\mu_0}{|\beta_\nu| \left(2a + \frac{1}{k_{1(\nu)}} + \frac{1}{\gamma_{3(\nu)}} \right) \left(\gamma_{2(\nu)}^2 + \gamma_{3(\nu)}^2 \right)}}. \quad (1.48)$$

Для ТМ-мод условие нормировки записывается в виде

$$\frac{\beta_\nu}{2\omega} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\left(H_y^{(\nu)}(x) \right)^2}{\varepsilon(x)} dx = 1. \quad (1.49)$$

Интенсивность света I определяется как среднее значение вектора Пойнтинга:

$$I = \langle S \rangle = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[\vec{E} \times \vec{H} \right]. \quad (1.50)$$

Для планарного волновода это выражение запишется в виде

$$I = \frac{1}{2} \int \left(E_x H_y - H_x E_y \right) dx. \quad (1.51)$$

Поскольку для ТЕ-мод $E_x = 0$, а $H_x = -\frac{\beta E_y}{\omega\mu_0}$, то получаем

$$I = \frac{1}{2} \frac{\beta}{\omega\mu_0} \int E_y^2 dx. \quad (1.52)$$

Поскольку функция E_y определена во всех областях волновода, полезно выделить интенсивность света внутри и снаружи волновода:

$$I_{\text{in}} = \frac{1}{2} \frac{\beta}{\omega\mu_0} \int_{-2a}^0 E_y^2 dx \quad \text{и} \quad I_{\text{out}} = \frac{1}{2} \frac{\beta}{\omega\mu_0} \left(\int_{-\infty}^{-2a} E_y^2 dx + \int_0^{+\infty} E_y^2 dx \right). \quad (1.53)$$

Тогда можно ввести коэффициент ограничения Γ :

$$\Gamma = \frac{I_{\text{in}}}{I_{\text{in}} + I_{\text{out}}}. \quad (1.54)$$

Поскольку величины k_1 и γ_2 зависят от порядка моды, то и коэффициенты Γ будут разными для разных мод (рис. 1.12). Но различия между коэффициентами ограничения для ТЕ- и ТМ-мод одного порядка практически нет.

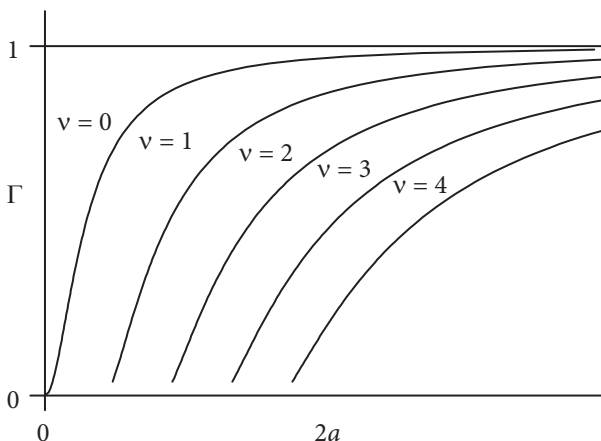


Рис. 1.12. Зависимость коэффициента ограничения от толщины волноводного слоя

При увеличении толщины волноводного слоя коэффициент Γ быстро возрастает и достигает насыщения. Дальнейшее увеличение толщины приводит к образованию моды более высокого порядка.

Таким образом, часть электромагнитной энергии, передаваемой волноводом, распространяется за его пределы. Количество теряемой при этом энергии тем больше, чем тоньше волновод и чем выше порядок моды.

Вопросы для самопроверки

1. Что такое постоянная распространения световой волны?
2. Что такое волноводная мода?
3. Какие моды называются излучательными?
4. Что такое условие отсечки моды?
5. В чем заключается эффект Гуса — Хэнхена?
6. В чем разница между ТЕ- и ТМ-волнами?
7. Какое уравнение описывает модовый состав волновода?
8. Чем определяется вид пространственного распределения амплитуды напряженности электрического поля в ТЕ-модах планарного волновода?
9. Что такое коэффициент ограничения?
10. В чем заключается условие нормировки амплитуды напряженности поля?

2. КАНАЛЬНЫЕ ВОЛНОВОДЫ

Планарные волноводы, представляющие собой по сути пленки, нанесенные на поверхность подложки, ограничивают распространение света только вдоль направления X . В канальных волноводах ограничение также возможно в направлении Y (рис. 2.1). Такие волноводы применяются во многих активных и пассивных устройствах интегральной оптики. Дополнительное ограничение распространения света позволяет снизить энергетические затраты на управление такими световыми сигналами.

Поскольку в канальных волноводах показатель преломления $n = n(x, y)$ является функцией обеих поперечных координат, то анализ волноводных мод усложняется. Поперечные градиенты показателя преломления добавляют в волновые уравнения слагаемые, связывающие компоненты \vec{E} и \vec{H} :

$$\begin{aligned}\nabla^2 \vec{E} + \vec{\nabla} \left(\vec{E} \cdot \vec{\nabla} \ln(\varepsilon) \right) + \omega^2 \varepsilon \mu_0 \vec{E} &= 0, \\ \nabla^2 \vec{H} + \left(\vec{\nabla} \ln(\varepsilon) \right) \times \left(\vec{\nabla} \times \vec{H} \right) + \omega^2 \varepsilon \mu_0 \vec{H} &= 0.\end{aligned}\tag{2.1}$$

Сложное на первый взгляд уравнение можно упростить, если явным образом выделить поперечные и продольные компоненты полей:

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \left(\vec{E}_t + \vec{E}_z \right) \exp(-i\beta z), \\ \vec{H} &= \left(\vec{H}_t + \vec{H}_z \right) \exp(-i\beta z).\end{aligned}\tag{2.2}$$

Продольные компоненты полей являются функциями только z -координаты, тогда как поперечные — функциями координат x и y . Для поперечных компонент волновые уравнения запишутся в виде

$$\begin{aligned}\nabla^2 \vec{E}_t + \vec{\nabla}(\vec{E}_t \cdot \vec{\nabla} \ln(\varepsilon)) + (\omega^2 \varepsilon \mu_0 - \beta^2) \vec{E}_t &= 0, \\ \nabla^2 \vec{H}_t + (\vec{\nabla} \ln(\varepsilon)) \times (\vec{\nabla} \times \vec{H}_t) + (\omega^2 \varepsilon \mu_0 - \beta^2) \vec{H}_t &= 0.\end{aligned}\quad (2.3)$$

Несмотря на то что в волновых уравнениях удалось исключить z -составляющую полей, поперечные x и y компоненты все еще связаны друг с другом. Прямое разделение переменных вида $E_t(x, y) = X(x)Y(y)$ при подстановке в точные волновые уравнения часто

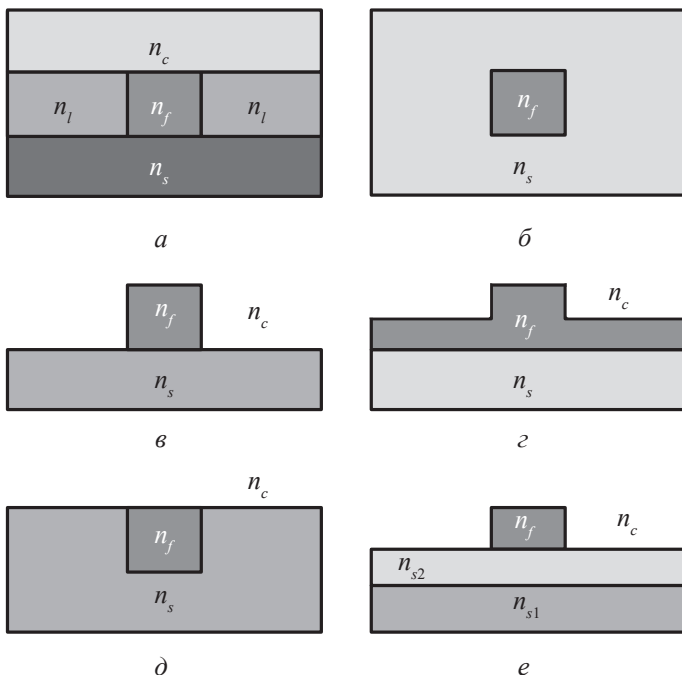


Рис. 2.1. Виды канальных волноводов:

a — общий случай; b — погруженный; $в$ — приподнятый;
 $г$ — гребневый; $д$ — внедренный; e — составной

не приводит к желаемому результату. Однако если квадраты показателей преломления можно записать в виде $n^2(x, y) = n_0^2 + n_x^2(x) + n_y^2(y)$, то двумерное волновое уравнение разобьется на два одномерных:

$$\begin{aligned}\frac{d^2 X}{dx^2} + (k^2 n_x^2 - \beta_x^2) X &= 0, \\ \frac{d^2 Y}{dy^2} + (k^2 n_y^2 - \beta_y^2) Y &= 0,\end{aligned}\tag{2.4}$$

где $\beta^2 = k^2 n_0^2 + \beta_x^2 + \beta_y^2$.

Примером канального волновода, в котором можно провести разделение переменных таким образом, является волновод с параболическим профилем изменения показателя преломления:

$$n^2(x, y) = n_f^2 \left(1 - \frac{x^2}{x_0^2} - \frac{y^2}{y_0^2} \right),\tag{2.5}$$

где x_0 и y_0 — высота и ширина волновода. В этом случае основная мода описывается функцией Гаусса:

$$E_t(x, y) = E_0 \exp \left(-\frac{x^2}{\omega_x^2} - \frac{y^2}{\omega_y^2} \right),\tag{2.6}$$

где $\omega_x^2 = \frac{\lambda x_0}{\pi n_f}$ и $\omega_y^2 = \frac{\lambda y_0}{\pi n_f}$ — радиусы пучка. Постоянная распро-

странения в этом случае имеет вид

$$\beta^2 = k^2 n_f^2 - (2\nu + 1) \frac{n_f k}{x_0} - (2\mu + 1) \frac{n_f k}{y_0},$$

где ν и μ — индексы мод в направлениях x и y . Моды более высоких порядков описываются функциями Эрмита — Гаусса:

$$E_t^{\nu, \mu}(x, y) = E_0 \exp \left(-\frac{x^2}{\omega_x^2} - \frac{y^2}{\omega_y^2} \right) H_\nu \left(\sqrt{2} \frac{x}{\omega_x} \right) H_\mu \left(\sqrt{2} \frac{y}{\omega_y} \right),$$

где H_v и H_μ — полиномы Эрмита. Распределение интенсивности таких мод в волноводе квадратного сечения имеет довольно сложный вид (рис. 2.2).

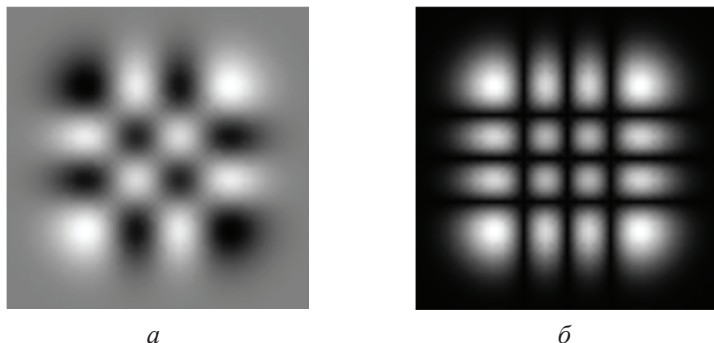


Рис. 2.2. Распределение (а) напряженности поперечной компоненты электрического поля E_t и (б) интенсивности моды с $v = \mu = 3$, распространяющейся по каналному волноводу квадратного сечения

Однако показатель преломления не всегда может быть представлен в аддитивном виде. В этих случаях можно использовать ряд других приближений, позволяющих разделить переменные в волновом уравнении.

2.1. Метод затенения поля

Этот метод основан на том, что поля и значения показателей преломления в области тени (заштрихованные области на рис. 2.3) не учитываются. В большинстве случаев такое приближение позволяет представить профиль показателя преломления в виде, допускающем разделение переменных. Метод хорошо работает до тех пор, пока поля в основном ограничены областью волновода. Вблизи

отсечки метод неприменим, так как полями в области тени пренебречь уже нельзя.

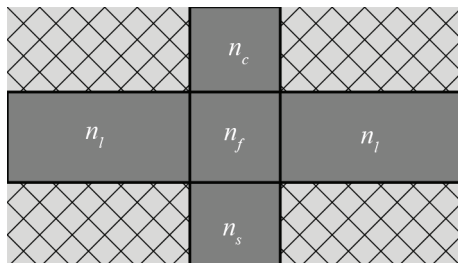


Рис. 2.3. К расчету канального волновода методом затенения поля

Метод затенения поля довольно грубый, но он может быть уточнен применением векторного вариационного принципа, в котором полученные приближенные решения используются в качестве пробных функций. Например, поправка к постоянной распространения имеет следующий вид:

$$\Delta\beta = \omega \int_S \epsilon_0 \Delta n^2 \frac{|E|^2}{P} dx dy, \quad (2.7)$$

где S — площадь затененной области; $\Delta n^2 = n_f^2 - n_s^2$; P — мощность, переносимая модой.

2.2. Метод эквивалентного волновода

Если посмотреть на гребневый волновод «сверху», то увидим очертания объемного планарного волновода (рис. 2.4). Метод эквивалентного волновода заключается в замене гребневого волновода планарным волноводом с эффективными геометрическими размерами и показателями преломления.

Процедура замены заключается в следующем. Во-первых, определяют нормированные толщины гребня и боковых волноводов:

$$\begin{aligned} V_f &= kh\sqrt{n_f^2 - n_s^2}, \\ V_l &= kl\sqrt{n_f^2 - n_s^2}. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Затем с помощью соответствующего решения для планарного волновода определяют нормированные волноводные показатели преломления b_f и b_l и находят соответствующие эффективные показатели преломления:

$$N_{f,l}^2 = n_s^2 + b_{f,l}(n_f^2 - n_s^2). \quad (2.9)$$

После этого определяется нормированная частота эквивалентного планарного волновода:

$$V_{\text{эKB}} = kw\sqrt{N_f^2 - N_s^2}. \quad (2.10)$$

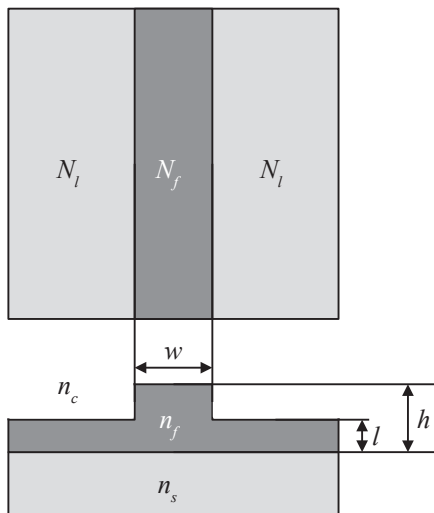


Рис. 2.4. К расчету канального волновода методом эквивалентного волновода

Затем с помощью известных решений для планарного волновода находят показатель преломления $b_{\text{экв}}$ эквивалентного волновода и определяют эффективный показатель преломления эквивалентного волновода, который считают равным эффективному показателю преломления реального гребневого:

$$N_{\text{экв}}^2 \equiv N^2 = N_l^2 + b_{\text{экв}} (N_f^2 - N_s^2). \quad (2.11)$$

Данный метод имеет неплохую точность вблизи частоты отсечки. Чем больше отношение сторон гребневого волновода, тем точнее результат, так как при этом уменьшаются эффекты на краях волновода.

Вопросы для самопроверки

1. В чем отличие канальных волноводов от планарных? Какими преимуществами и недостатками они обладают?
2. При каком условии удастся разделить переменные в волновом уравнении, описывающем канальные волноводы?
3. Какими функциями описывается пространственное распределение напряженности электрического поля в модах канального волновода?
4. Какие приближения можно использовать для решения волнового уравнения для канальных волноводов?

3. ВОЛОКОННЫЙ ВОЛНОВОД

Волоконный волновод состоит из сердцевины с показателем преломления n_1 и коаксиальной оболочки с показателем преломления n_2 . Всю эту конструкцию обычно окружают чехлом, который является механической защитой, а также поглощает лишний свет как изнутри, так и снаружи волокна (рис. 3.1).

В зависимости от угла наклона θ относительно оси волокна все лучи света разделяют на три группы (рис. 3.1):

1) мода сердцевины — лучи, испытывающие полное внутреннее отражение в сердцевине;

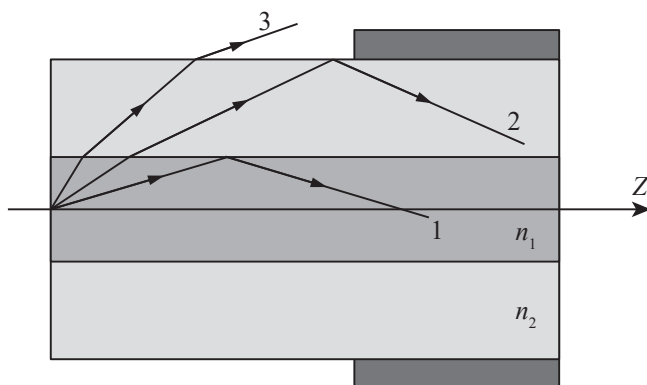


Рис. 3.1. Виды лучей в волоконном волноводе:

1 — мода сердцевины; 2 — мода оболочки; 3 — излучательная мода

2) мода оболочки — лучи, испытывающие полное внутреннее отражение в оболочке;

3) излучательные моды — лучи, выходящие за пределы оболочки.

Моды оболочки и излучательные моды являются паразитными, так как уносят с собой световую энергию. В дальнейшем мы будем пренебрегать этими модами и будем рассматривать полубесконечный волновод без чехла.

Несмотря на то что волоконные волноводы существенно отличаются от планарных, их тоже можно рассматривать в рамках геометрической оптики.

3.1. Приближение геометрической оптики

Световой луч, падающий на торец волокна в центр сердцевины, называется *меридиональным*. Пусть такой луч падает под углом θ_0 из среды с показателем преломления n_0 , преломляется и в сердцевине распространяется под углом θ (рис. 3.2).

Из закона Снеллиуса следует, что

$$\sin \theta_0 = \frac{n_1}{n_0} \sin \theta = n_1 \sin \theta. \quad (3.1)$$

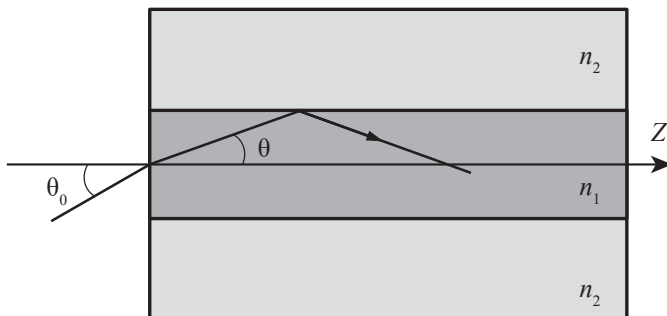


Рис. 3.2. Меридиональный луч в волоконном волновде

До тех пор пока $\theta < \theta_c$, волокно будет удерживать этот луч за счет полного внутреннего отражения (величина угла θ_c определяется соотношением $\cos \theta_c = n_2/n_1$). Поэтому все меридиональные лучи, которые попадают на торец под углом $\theta_0 < \theta_{0c}$, для которого

$$\sin \theta_{0c} = \frac{\sqrt{n_1^2 - n_2^2}}{n_0} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}, \quad (3.2)$$

будут удерживаться в волноводе за счет полного внутреннего отражения. Величина $\sin \theta_{0c}$ называется *числовой апертурой* сердцевины волокна:

$$NA = \sin \theta_{0c} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}. \quad (3.3)$$

Если падение луча на торец внеосевое, то луч имеет такое направление, что его путь не пройдет через ось волокна. Такие лучи называются *немеридиональными*. На рис. 3.3 показан световой луч,

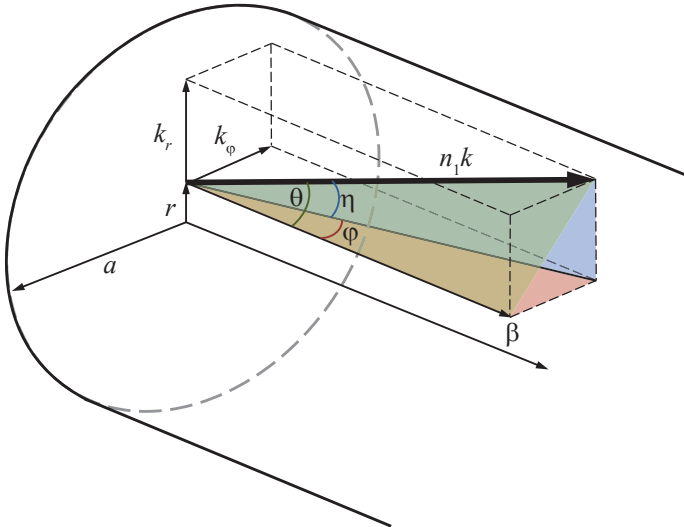


Рис. 3.3. Разложение немеридионального луча в волоконном волноводе на компоненты

распространяющийся в волноводе с волновым вектором $n_1 k$. Этот луч немеридиональный, так как вошел в волновод на расстоянии r от оси волновода под углом θ к оси.

Волновой вектор $n_1 k$ такого луча имеет осевую β , радиальную k_r и азимутальную k_ϕ составляющие:

$$\begin{aligned}\beta &= n_1 k \sin \theta, \\ k_r &= n_1 k \sin \eta, \\ k_\phi &= n_1 k \sqrt{\sin^2 \theta - \sin^2 \eta}.\end{aligned}\tag{3.4}$$

Эти компоненты удовлетворяют условию

$$\beta^2 + k_r^2 + k_\phi^2 = n_1^2 k^2.\tag{3.5}$$

Для того чтобы луч сформировал волноводную моду, осевая составляющая β его волнового вектора должна оставаться больше, чем волновое число оболочки $n_2 k$, $\beta > n_2 k$, т. е. угол распространения θ должен быть меньше критического угла:

$$\theta < \theta_c = \arccos \frac{n_2}{n_1}.\tag{3.6}$$

Плоскость падения немеридионального луча наклонена под углом φ_a к оси волновода (рис. 3.4). При этом

$$\cos \varphi_a = \frac{\cos \theta}{\cos \eta}.\tag{3.7}$$

Углы φ и η зависят от расстояния r от точки вхождения луча до оси, причем

$$\cos \varphi = \frac{\cos \theta}{\cos \eta}.\tag{3.8}$$

Угол θ достигает максимального значения η_a на стенке сердцевинны, где луч отражается обратно. До нуля он убывает на расстоянии

r_t от оси волновода, при котором проекция луча на поперечное сечение ближе всего к оси сердцевины:

$$r_t = a \sqrt{1 - \left(\frac{\sin \eta_a}{\sin \theta} \right)^2}. \quad (3.9)$$

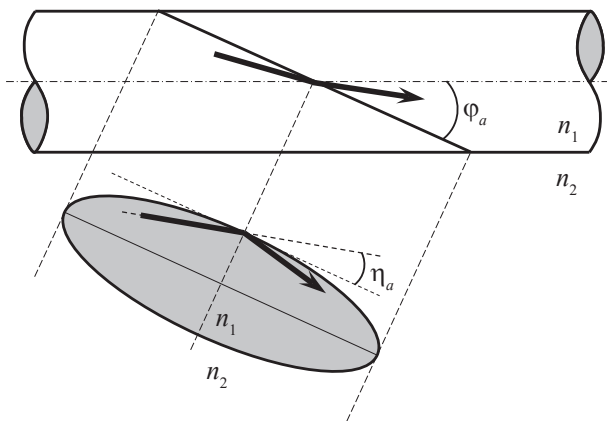


Рис. 3.4. Отражение немеридионального луча
в волоконном волноводе

Повторные отражения этого луча происходят при его движении по сердцевине в области $r_t < r < a$. Центральная часть сердцевины с $r < r_t$ остается свободной от лучей. Путь немеридионального луча по сердцевине волновода показан на рис. 3.5.

Таким образом, меридиональные лучи занимают весь объем волновода, а немеридиональные — объем полого цилиндра с тем большим диаметром, чем выше порядок моды.

Захваченные волноводом лучи света должны удовлетворять определенным условиям, чтобы в волноводе возникли устойчивые самосогласованные электромагнитные поля, соответствующие стоячим волнам в азимутальном направлении. Для этого необходимо,

чтобы азимутальная составляющая волнового вектора выражалась в виде

$$k_{\varphi} = \frac{l}{r}, \quad (3.10)$$

где $l = 0, 1, 2, \dots$ — азимутальный порядок моды; r — расстояние от оси волновода до точки наблюдения. С учетом этого из выражения (3.5) получаем

$$k_r^2 = n_1^2 k^2 - \beta^2 - \left(\frac{l}{r} \right)^2. \quad (3.11)$$

Это выражение ограничивает значения радиальной составляющей волнового вектора k_r . Если построить правую часть данного выражения графически (рис. 3.6), то станет понятна область изменения значений k_r^2 .

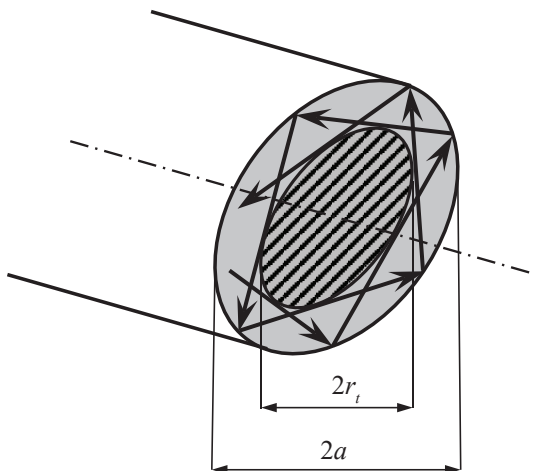


Рис. 3.5. Траектория немеридионального луча
в волоконном волноводе

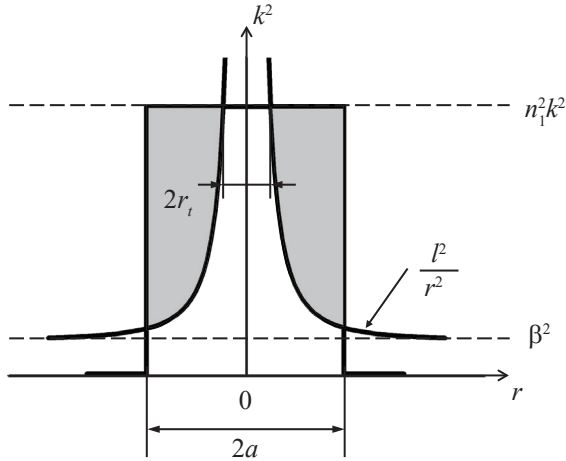


Рис. 3.6. Графическое решение уравнения (3.11)

Значение $l = 0$ соответствует меридиональным лучам. Для них $r_t = 0$, что означает заполнение всей области поперечного сечения волновода. Условие $l > 0$ соответствует немеридиональным лучам. При больших l внутренняя граница этих лучей (r_t) стремится к границе волновода. При этом величина k_r^2 остается положительной в круговом кольце между радиусами r_t и a . Другими словами, образование стоячих волн в радиальном направлении происходит только в этой кольцевой области.

При $r < r_t$ величина k_r становится мнимой, что указывает на затухание электромагнитных полей.

Для возникновения стоячих волн необходимо, чтобы полный фазовый сдвиг волны был кратным 2π . В случае волоконного волновода полный сдвиг фазы складывается:

- 1) из сдвига при радиальном распространении света через сердцевину волновода;
- 2) сдвига при полном внутреннем отражении от стенки волновода;

3) сдвига при отражении от внутреннего цилиндра с радиусом r_t (лучи касаются этой поверхности, но не пересекают ее, что эквивалентно отражению).

Получаем следующее выражение для полного сдвига фазы:

$$2 \int_{r_t}^a k_r dr + \tilde{\varphi}_a + \frac{\pi}{2} = 2\pi p, \quad (3.12)$$

где $p = 0, 1, 2, \dots$ — радиальный порядок моды, он показывает количество узлов поля в радиальном направлении. Подставим сюда выражение для k_r :

$$\int_{r_t}^a \sqrt{n_1^2 k^2 - \beta^2 - \left(\frac{l}{r}\right)^2} dr + \frac{\tilde{\varphi}_a}{2} = \left(p - \frac{1}{4}\right) \pi. \quad (3.13)$$

Это выражение является характеристическим уравнением для волноводных мод. Интеграл в уравнении может быть посчитан аналитически. В результате получим

$$a \sqrt{n_1^2 k^2 - \beta^2 - \left(\frac{l}{a}\right)^2} - l \arccos \left(\frac{l}{a \sqrt{n_1^2 k^2 - \beta^2}} \right) = \left(p - \frac{1}{4}\right) \pi - \frac{\tilde{\varphi}_a}{2}. \quad (3.14)$$

Для решения данного уравнения нужно знать величину фазового сдвига $\tilde{\varphi}_a$. В зависимости от поляризации волны относительно плоскости падения (т.е. ТЕ- или ТМ-волны) этот фазовый сдвиг определяется теми же формулами (1.4), что и для планарного волновода.

При высоких порядках p величина $\tilde{\varphi}_a$ достаточно мала по сравнению с $p\pi$, поэтому данным слагаемым, как и $\pi/4$, можно пренебречь:

$$a \sqrt{n_1^2 k^2 - \beta^2 - \left(\frac{l}{a}\right)^2} - l \arccos \left(\frac{l}{a \sqrt{n_1^2 k^2 - \beta^2}} \right) = p\pi. \quad (3.15)$$

Мода возбуждается (проходит через отсечку), когда угол $\theta = \theta_c$. При этом угле постоянная распространения $\beta = n_2 k$ и уравнение сводится к виду

$$p_c \pi = \sqrt{V^2 - l_c^2} - l_c \arccos \frac{l_c}{V}, \quad (3.16)$$

где p_c и l_c — радиальный и азимутальный порядки моды при отсечке, и введен параметр V , представляющий собой *нормированную частоту волновода*:

$$V = ka \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = 2\pi \frac{a}{\lambda} NA. \quad (3.17)$$

Для лучей, которые имеют угол наклона $\theta < \theta_c$, можно ввести аналогичный параметр:

$$u = a \sqrt{n_1^2 k^2 - \beta^2} = n_1 ka \sin \theta. \quad (3.18)$$

Уравнение (3.16) показывает наивысшие возможные значения чисел p и l заданной моды, тогда как кривая $p_c(l)$ ограничивает область, в пределах которой находятся порядки p и l всех волноводных мод (рис. 3.7). Чем меньше угол распространения луча θ , тем дальше

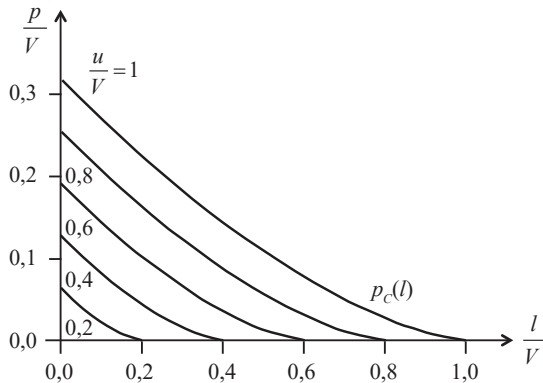


Рис. 3.7. Зависимость радиального порядка моды p от азимутального порядка l для волноводных мод сердцевины волновода

соответствующая мода от отсечки. Близость моды к отсечке можно характеризовать отношением u/V . Чем ближе это отношение к 1, тем ближе мода к отсечке.

Если проинтегрировать выражение (3.16) по всем возможным порядкам p и l , можно определить полное число волноводных мод в волноводе. На графике $p(l)$ любая точка с целочисленными p и l лежит ниже кривой $p_c(l)$. Кроме того, каждая комбинация порядков p и l может встречаться в двух ориентациях распределения поля с двумя ортогональными поляризациями для каждой ориентации (рис. 3.8).

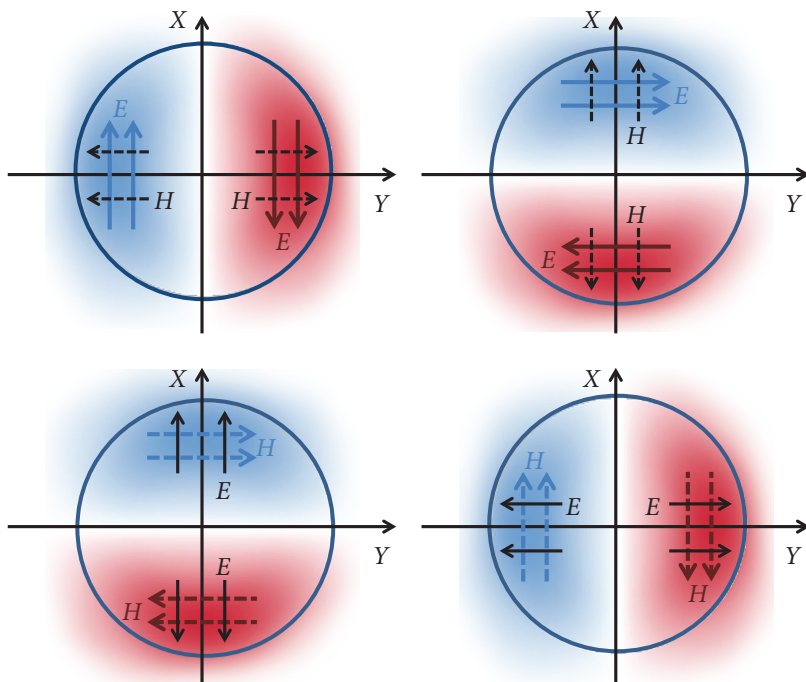


Рис. 3.8. Ориентация электрического и магнитного полей в моде с порядками $l = p = 1$

Таким образом, для каждой пары чисел p и l существуют четыре моды. Поэтому полное число мод равно

$$M = 4 \int_0^V p_c(l) dl = \frac{V^2}{2}. \quad (3.19)$$

Из этого выражения следует, что если параметр $V = 2$, то $M = 2$, что означает наличие в волноводе только одной моды низшего порядка с двумя ортогональными поляризациями.

3.2. Распределение электромагнитных полей в сердцевине волновода

Приближение геометрической оптики достаточно хорошо описывает характеристики мод высоких порядков, тогда как для мод низких порядков его точности не хватает. Кроме того, оно не позволяет найти распределение мощности в сердцевине. Поэтому необходима электромагнитная теория волоконного волновода.

Электромагнитная волна, распространяющаяся в изотропной среде без токов и зарядов, описывается волновыми уравнениями

$$\nabla^2 \vec{E} - \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad \text{и} \quad \nabla^2 \vec{H} - \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0.$$

В волоконных волноводах моды имеют ненулевые z -компоненты полей, поэтому удобно искать решение волновых уравнений в виде

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \vec{E}_0(r, \varphi) \exp(i(\omega t - \beta z)), \\ \vec{H} &= \vec{H}_0(r, \varphi) \exp(i(\omega t - \beta z)). \end{aligned} \quad (3.20)$$

Подставляя это выражение в волновое уравнение и перейдя в цилиндрическую систему координат, получаем следующее уравнение:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + (n_1^2 \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 - \beta^2) \psi = 0, \quad (3.21)$$

где ψ — либо E_z , либо H_z (z -компоненты векторов \vec{E}_0 и \vec{H}_0).

Поскольку волновод обладает круговой симметрией, то решения данного уравнения должны быть периодическими в азимутальном направлении:

$$\psi(r, \varphi) = R(r)\exp(i\nu\varphi), \quad (3.22)$$

где $\nu = 0, 1, 2, \dots$.

Подставляя это выражение в уравнение (3.21), получим *радиальное волновое уравнение*:

$$\frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R}{\partial r} + \left[n_1^2 k^2 - \beta^2 - \frac{\nu^2}{r^2} \right] R = 0, \quad (3.23)$$

где $k^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0$ — волновое число в вакууме. Это уравнение позволяет найти z -компоненты полей. Радиальные и азимутальные компоненты могут быть выражены через E_z и H_z следующим образом:

$$\begin{aligned} E_r &= -\frac{a^2}{u^2} \left[\frac{\nu \omega \mu_0}{r} H_z - i\beta \frac{\partial E_z}{\partial r} \right], \\ E_\varphi &= -\frac{a^2}{u^2} \left[i\omega \mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial r} + \frac{\beta \nu}{r} E_z \right], \\ H_r &= \frac{a^2}{u^2} \left[\frac{\nu n_1^2 \omega \epsilon_0}{r} E_z + i\beta \frac{\partial H_z}{\partial r} \right], \\ H_\varphi &= \frac{a^2}{u^2} \left[i n_1^2 \omega \epsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial r} - \frac{\beta \nu}{r} H_z \right], \end{aligned} \quad (3.24)$$

где $u^2 = a^2 (\beta_1^2 - \beta^2)$ — *нормализованная частота*, а $\beta_1^2 = k^2 n_1^2$ — постоянная распространения плоской поперечной волны в волокне.

Для решения радиального уравнения (3.23) нужны граничные условия, зависящие от геометрии волновода. Пусть волновод, состоящий из однородной сердцевины радиусом a с показателем преломления n_1 , окружен оболочкой с показателем преломления n_2 . Ось волновода направим вдоль оси Z . Тогда для сердцевины волновода ($r \leq a$) имеем

$$\frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R}{\partial r} + \left[\frac{u^2}{a^2} - \frac{v^2}{r^2} \right] R = 0, \quad (3.25)$$

а для оболочки ($r > a$)

$$\frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R}{\partial r} - \left[\frac{w^2}{a^2} + \frac{v^2}{r^2} \right] R = 0. \quad (3.26)$$

Здесь введено обозначение $w^2 = a^2 (\beta^2 - \beta_2^2)$, а $\beta_2^2 = k^2 n_2^2$ — постоянная распространения плоской волны в оболочке волновода. Решения для сердцевин и оболочки имеют следующий вид:

для сердцевин ($r \leq a$)

$$\begin{aligned} E_z &= A J_v \left(r \frac{u}{a} \right) \exp(iv\varphi); \\ H_z &= B J_v \left(r \frac{u}{a} \right) \exp(iv\varphi), \end{aligned} \quad (3.27)$$

для оболочки ($r > a$)

$$\begin{aligned} E_z &= C K_v \left(r \frac{w}{a} \right) \exp(iv\varphi); \\ H_z &= D K_v \left(r \frac{w}{a} \right) \exp(iv\varphi). \end{aligned} \quad (3.28)$$

Здесь $J_v(ur/a)$ — функция Бесселя, а $K_v(wr/a)$ — функция Ганкеля. Функция Бесселя является осциллирующей функцией (рис. 3.9), поэтому поле в сердцевине волновода тоже будет осциллирующим. В то же время функция Ганкеля монотонно убывает (рис. 3.9), что означает, что поле в оболочке волновода затухает при удалении от границы сердцевин.

Константы A , B , C и D находятся из граничных условий

$$E_{z1} = E_{z2} \quad \text{и} \quad \left. \frac{\partial E_z}{\partial r} \right|_1 = \left. \frac{\partial E_z}{\partial r} \right|_2.$$

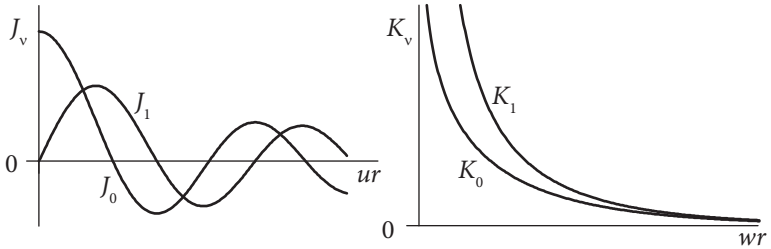


Рис. 3.9. Поведение функций Бесселя и Ганкеля

Если подставить сюда выражения для E_z и H_z , то из условия непрерывности нормальных компонент получим

$$E_z = \begin{cases} \frac{E_{z0} J_v(ur/a)}{J_v(u)} \exp(i(\omega t - \beta z)), & r \leq a, \\ \frac{E_{z0} K_v(wr/a)}{K_v(w)} \exp(i(\omega t - \beta z)), & r > a; \end{cases}$$

$$H_z = \begin{cases} \frac{H_{z0} J_v(ur/a)}{J_v(u)} \exp(i(\omega t - \beta z)), & r \leq a, \\ \frac{H_{z0} K_v(wr/a)}{K_v(w)} \exp(i(\omega t - \beta z)), & r > a, \end{cases}$$

где E_{z0} и H_{z0} — некоторые константы. Остальные компоненты поля (радиальные и азимутальные) выражаются через E_z и H_z с помощью соотношений (3.24).

3.3. Модовый состав

Из требований непрерывности тангенциальных (азимутальных) компонент поля E_ϕ и H_ϕ на границе сердцевины волновода (при $r = a$) можно выразить отношение констант E_{z0} и H_{z0} :

из E_φ :

$$\frac{E_{z0}}{H_{z0}} = -\frac{i\omega\mu_0}{\beta v} \left(\frac{uw}{V} \right)^2 \left[\frac{J'_v(u)}{uJ_v(u)} + \frac{K'_v(w)}{wK_v(w)} \right], \quad (3.29)$$

из H_φ :

$$\frac{E_{z0}}{H_{z0}} = -\frac{i\beta v}{\omega\varepsilon_0} \left(\frac{V}{uw} \right)^2 \left[n_1^2 \frac{J'_v(u)}{uJ_v(u)} + n_2^2 \frac{K'_v(w)}{wK_v(w)} \right]^{-1}. \quad (3.30)$$

Приравняв левые части этих выражений, получим *характеристическое уравнение* для мод диэлектрического волновода:

$$\left[\frac{J'_v(u)}{uJ_v(u)} + \frac{K'_v(w)}{wK_v(w)} \right] \left[\frac{J'_v(u)}{uJ_v(u)} + \frac{n_2^2}{n_1^2} \frac{K'_v(w)}{wK_v(w)} \right] = \left(\frac{v\beta}{kn_1} \right)^2 \left(\frac{V}{uw} \right)^4. \quad (3.31)$$

Здесь v — азимутальный порядок моды, $V = ka\sqrt{n_1^2 - n_2^2}$, $J'_v(u)$ и $K'_v(w)$ — первые производные функций Бесселя и Ганкеля соответственно. Рассмотрим по отдельности две ситуации, когда $v = 0$ и $v \geq 1$.

Если $v = 0$, то правая часть уравнения (3.31) становится равной нулю и возникают два типа решений:

$$1) \frac{J'_0(u)}{uJ_0(u)} + \frac{K'_0(w)}{wK_0(w)} = 0 \quad \text{и} \quad 2) \frac{J'_0(u)}{uJ_0(u)} + \frac{n_2^2}{n_1^2} \frac{K'_0(w)}{wK_0(w)} = 0.$$

С учетом свойств функций Бесселя и Ганкеля $J'_0(u) = -J_1(u)$ и $K'_0(w) = K_1(w)$ получаем

$$1) \frac{J_1(u)}{uJ_0(u)} - \frac{K_1(w)}{wK_0(w)} = 0 \quad \text{и} \quad 2) \frac{J_1(u)}{uJ_0(u)} - \frac{n_2^2}{n_1^2} \frac{K_1(w)}{wK_0(w)} = 0.$$

Эти решения входят в выражения (3.29) и (3.30) для отношения констант E_{z0} и H_{z0} , откуда следует, что решения первого типа описывают ТЕ-моды ($E_{z0} = 0$), а решения второго типа — ТМ-моды ($H_{z0} = 0$).

Осциллирующая природа функции Бесселя приводит к тому, что для каждого значения азимутального порядка ν существует m допустимых решений. Поэтому при $\nu = 0$ в сердцевине волновода могут существовать моды TE_{0m} и TM_{0m} . Индекс m называется *радиальным модовым числом*. Такие решения соответствуют радиальному распределению полей E и H в волноводе, тогда как продольные компоненты в таких модах отсутствуют (рис. 3.10). В приближении геометрической оптики каждая мода $(0, m)$ соответствует меридиональному лучу с определенным углом наклона к оси.

Условие отсечки соответствует условию $\beta = \beta_c = kn_2$. Это означает, что нормализованная частота u принимает некоторое критическое значение u_c , а $w = 0$. Для малых w функция Ганкеля описывается

приближенными функциями $K_0(w) \approx \ln\left(\frac{2}{\gamma w}\right)$, где $\gamma = 1,781$ — постоянная Эйлера; $K_\nu(w) \approx \frac{(\nu-1)!}{2} \left(\frac{2}{w}\right)^2$, $\nu > 0$. Отсюда следует, что

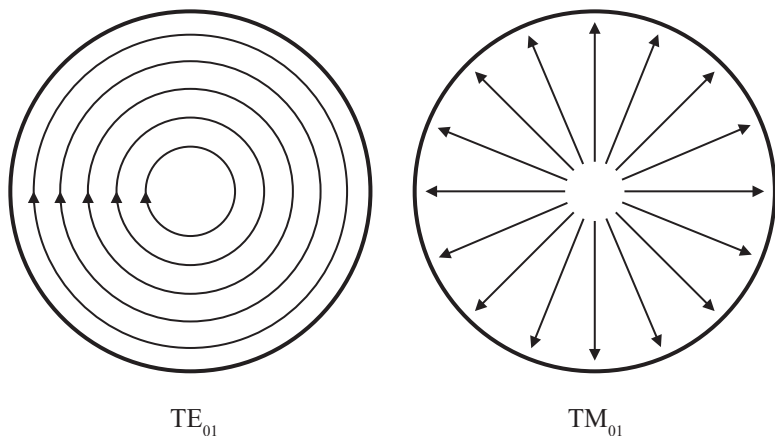


Рис. 3.10. Схемы распределения E_{z0} в поперечном сечении волновода

при $w = 0$ $K_1(w)/wK_0(w) \rightarrow \infty$. Таким образом, для мод TE_{0m} и TM_{0m} условие отсечки принимает вид

$$J_0(u_c) = 0. \quad (3.32)$$

Нормализованная частота u_c для мод TE_{01} и TM_{01} составляет 2,405.

Теперь рассмотрим случай $v \geq 1$. Характеристическое уравнение (3.31) можно упростить, руководствуясь следующими соображениями. В большинстве волноводов разница между показателями преломления сердцевины и оболочки составляет порядка 1 %. Поэтому можно считать, что отношение $n_2^2/n_1^2 \rightarrow 1$. Тогда левая часть уравнения (3.31) принимает квадратичную форму. Правую часть уравнения можно упростить, если рассмотреть отношение V^2/u^2 . Подставив сюда выражения для V и u , получим

$$\frac{\beta^2}{k^2 n_1^2} = 1 - \frac{u^2}{V^2} \left(1 - \frac{n_2^2}{n_1^2} \right) \rightarrow 1. \quad (3.33)$$

Таким образом, характеристическое уравнение сводится к следующему выражению:

$$\frac{J'_v(u)}{u J_v(u)} + \frac{K'_v(w)}{w K_v(w)} = \pm v^2 \left(\frac{V}{uw} \right)^2. \quad (3.34)$$

Производные функций Бесселя и Ганкеля вычисляются по формулам

$$J'_v(u) = \mp \frac{v J_v(u)}{u} \pm J_{v \mp 1}(u),$$

$$K'_v(w) = \mp \frac{v K_v(w)}{w} - K_{v \mp 1}(w).$$

Выбирая знак «+» в характеристическом уравнении и нижние знаки в выражениях для производных и наоборот, получаем характеристическое уравнение в двух формах:

$$1) \frac{J_{v+1}(u)}{u J_v(u)} + \frac{K_{v+1}(w)}{w K_v(w)} = 0 \quad \text{и} \quad 2) \frac{J_{v-1}(u)}{u J_v(u)} - \frac{K_{v-1}(w)}{w K_v(w)} = 0.$$

Эти уравнения описывают *гибридные моды*, имеющие отличные от нуля продольные компоненты E_z и H_z . Если посчитать отношение E_z/H_z с использованием выражений (3.29) и (3.30), то окажется, что в первом случае больший вклад будет давать компонента E_z , а во втором случае — H_z . В первом случае моды обозначают ЕН-модами, а во втором — НЕ-модами. Пример распределения поперечных компонент электрического и магнитного полей в гибридных модах HE_{12} и HE_{21} приведен на рис. 3.11.

Условия отсечки для ЕН- и НЕ-мод определяются аналогично ТЕ- и ТМ-модам. Для моды EH_{vm} это выражение имеет вид

$$J_v(u_c) = 0. \quad (3.35)$$

Следует отметить, что данное уравнение описывает случаи, при которых $v > 0$ и $u_c > 0$. Случай $u_c = 0$ это уравнение не описывает.

В случае НЕ-мод нужно рассмотреть два случая: $v = 1$ и $v > 1$. При $v = 1$ условие отсечки имеет вид

$$J_1(u_c) = 0, \quad (3.36)$$

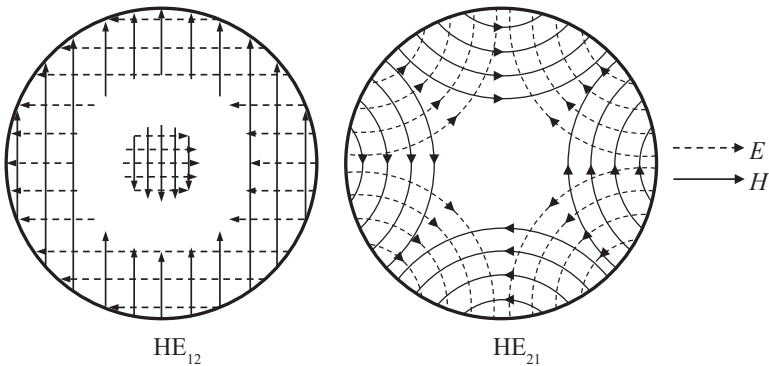


Рис. 3.11. Распределение поперечных компонент E_z и H_z в гибридных модах в поперечном сечении волновода

что означает, что мода HE_{11} является основной модой волновода. Это единственная мода, которая не имеет отсечки при $u_c \rightarrow 0$ и распространяется при любых частотах световой волны и диаметрах сердцевин волновода.

При $v > 1$ условие записывается в виде

$$J_{v-2}(u_c) = 0, u_c \neq 0. \quad (3.37)$$

Таким образом, условием отсечки HE- и EH-мод является равенство нулю функций Бесселя с более чем нулевыми порядками. Частоты отсечки u_c для некоторых мод приведены в таблице. Из таблицы хорошо видно, что в волноводе существует только одна мода, у которой отсечка отсутствует (частота отсечки u_c равна нулю). Это мода HE_{11} , которая называется *фундаментальной* или *основной* модой.

Если для света заданной длины волны подобрать параметры волновода так, чтобы последующие высшие моды TE_{01} , TM_{01} , HE_{21} с более высокими частотами отсечки не могли возбуждаться в волноводе, то получится одномодовый волновод с одной распространяющейся модой HE_{11} . Такой режим наступает при условии

$$u = \frac{2\pi a}{\lambda} \sqrt{n_1^2 - n_2^2} < u_c = 2,405. \quad (3.38)$$

Условие одномодовости волновода может быть достигнуто путем увеличения рабочей длины волны, уменьшением диаметра сердечника или уменьшением разности показателей преломления сердцевин и оболочки. Если принять $\lambda = 0,85$ мкм, $n_1 - n_2 = 0,002$, то условие одномодовости реализуется при диаметре сердцевин

$$2a < \frac{u_c \lambda}{\pi \sqrt{n_1^2 - n_2^2}} = 8,85 \text{ мкм}. \quad (3.39)$$

Обычно диаметр оболочки оставляют порядка 60–100 мкм, чтобы сохранить механическую прочность волокон, тогда как диаметр сердечника может быть уменьшен до 5–10 мкм.

Частоты отсечки u_c для некоторых мод

Мода	ν	m			
		1	2	3	4
TE_{0m}, TM_{0m}	0	2,405	5,520	8,654	11,792
HE_{1m}	1	0	3,832	7,016	10,173
$EH_{\nu m}$	1	3,832	7,016	10,173	13,323
	2	5,135	8,417	11,620	14,796
	3	6,379	9,760	13,017	16,224
$HE_{\nu m}$	2	2,405	5,520	8,654	11,792
	3	3,832	7,016	10,173	13,323
	4	5,135	8,417	11,620	14,796

Необходимо отметить, что уравнения для мод $HE_{\nu m}$ идентичны уравнениям для мод $EH_{(\nu+2)m}$, а уравнения для мод HE_{2m} — уравнениям для мод TE_{0m} и TM_{0m} . Другими словами, эти уравнения описывают одинаковые решения, характеризующиеся одинаковыми постоянными распространения β . В таких случаях говорят о вырождении мод, образующих *модовую группу*. Компоненты модовой группы распространяются с одинаковой фазовой скоростью, поэтому распределение поля в модовой группе является суперпозицией полей составляющих мод. Результирующая группа обозначается LP.

Если в волноводе одновременно распространяются моды HE_{21} и TM_{01} (или TE_{01}), то суперпозиция полей этих мод приводит к образованию гибридных LP-мод с *линейной поляризацией* (рис. 3.12).

Вопросы для самопроверки

1. Какие моды встречаются в волоконных волноводах?
2. В чем разница между меридиональными и немеридиональными лучами в волоконном волноводе?
3. Что такое числовая апертура волновода, какой физический смысл она имеет?

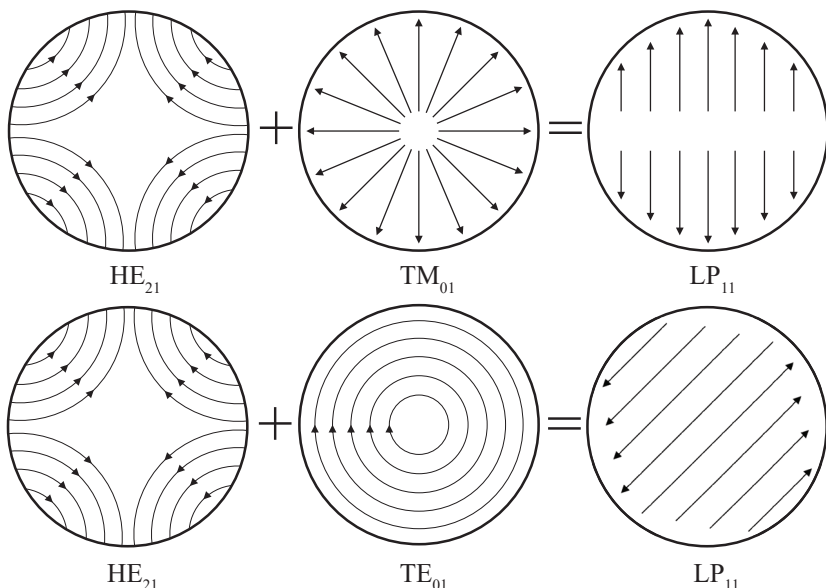


Рис. 3.12. Схема образования линейно-поляризованных мод в волоконном волноводе. Стрелками показано распределение напряженности электрического поля

4. На какие компоненты раскладывается немеридиональный луч в волноводе?

5. Чем ограничена область распространения меридиональных и немеридиональных лучей?

6. Какими модовыми числами описывается модовый состав волоконного волновода?

7. Как определить количество мод, распространяющихся по волоконному волноводу?

8. Какими функциями описывается пространственное распределение напряженности электрического поля в сердцевине и в оболочке волоконного волновода?

9. Что такое гибридные моды?

10. При каких условиях волоконный волновод перестает быть одномодовым?

4. ВИДЫ ДИСПЕРСИИ В ВОЛНОВОДАХ

Информация, передаваемая по оптическим линиям связи, представляет собой последовательность импульсов. При движении по волноводу эти импульсы могут искажаться и затухать. Изменение длительности световых импульсов при их распространении по волноводу характеризуется *дисперсией*. На практике дисперсия определяет скорость передачи данных по волноводу и передаваемую полосу частот. Выделяют четыре вида дисперсии:

- 1) межмодовую;
- 2) материальную;
- 3) волноводную;
- 4) поляризационную.

Первые три вида дисперсии наблюдаются во всех типах волноводов, тогда как четвертый характерен только для волоконных.

4.1. Межмодовая дисперсия

Любой короткий импульс состоит из набора лучей (мод), которые распространяются вдоль оси волновода по различным траекториям (рис. 4.1). Если осевой луч (основная мода с $v = 0$) проходит расстояние l за время $t_0 = n_1 l / c$, то луч более высокой моды ($v \neq 0$) то же самое расстояние пройдет за время $t' = l / v_{гр}$, где $v_{гр}$ — групповая скорость световой волны.

Выделим на луче моды высокого порядка участок AB , равный длине волны λ (рис. 4.1). Волна пройдет этот участок за время t со скоростью c/n_1 :

$$\frac{AB}{t} = \frac{\lambda}{t} = \frac{c}{n_1} \Rightarrow t = \frac{\lambda n_1}{c}.$$

За то же время волновой фронт пройдет расстояние l_1 . При этом фазовая скорость будет равна

$$v_\phi = \frac{l_1}{t} = \frac{\lambda}{\sin \theta_c} \frac{c}{\lambda n_1} = \frac{c}{n_1 \sin \theta_c} > c.$$

Превышение фазовой скоростью скорости света возможно, так как утверждение о пределе скорости относится только к движению материальных тел и энергии, которые характеризуются групповой скоростью:

$$v_{гр} = \frac{l_2}{t} = \frac{\lambda c \sin \theta_c}{\lambda n_1} = \frac{c \sin \theta_c}{n_1}.$$

Тогда время t' получается равным

$$t' = \frac{l}{v_{гр}} = \frac{ln_1}{c \sin \theta_c} = \frac{n_1^2 l}{n_2 c}.$$

Таким образом, если на входе в волновод основная и более высокая моды распространяются одновременно, то на выходе из него эти моды окажутся разделенными во времени на интервал:

$$\Delta t = t' - t_0 = \frac{n_1^2 l}{n_2 c} - \frac{n_1 l}{c} = \frac{n_1(n_1 - n_2)l}{n_2 c}.$$

Такое уширение импульса при его распространении по волноводу называется *межмодовой дисперсией*. Если входные импульсы расположены близко друг к другу, то импульсы на выходе начнут перекрываться, вызывая в приемнике интерференцию символов, что затрудняет различение импульсов и создает ошибки считывания

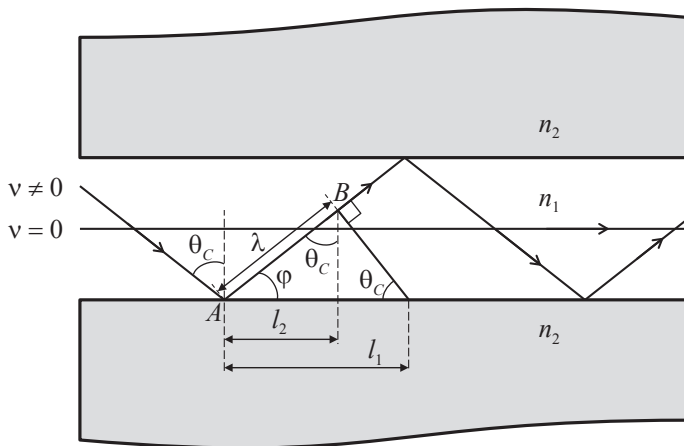


Рис. 4.1. К определению групповой скорости световой волны

информации. Межмодовая дисперсия — главный фактор, ограничивающий скорость передачи данных в многомодовых волноводах.

Дисперсия Δt имеет размерность времени, и для волоконных волноводов обычно приводится в расчете на 1 км. При этом под дисперсией понимается величина

$$\tau_{\text{мод}} = \frac{\Delta t}{l} = \frac{n_1}{c} \left(\frac{n_1 - n_2}{n_2} \right) [\text{нс/км}]. \quad (4.1)$$

Для стеклянного волоконного волновода без оболочки с показателем преломления $n_1 = 1,5$ межмодовая дисперсия составляет 2,5 нс/м или 2,5 мкс/км.

Покрытие сердцевины волокна оболочкой с показателем преломления n_2 , немного меньшим n_1 , приводит к уменьшению межмодовой дисперсии, а также к уменьшению вводимой в волокно мощности, поскольку мощность Φ , вводимая в волокно, зависит от числовой апертуры волокна (Φ_0 — мощность источника):

$$\Phi / \Phi_0 = \sin^2 \theta_c = NA^2. \quad (4.2)$$

Если покрыть волоконный волновод, рассмотренный выше, оболочкой с показателем преломления $n_2 = 1,49$, то межмодовая дисперсия уменьшится до 34 нс/км. Однако поскольку числовая апертура такого волокна будет равна 0,173, доля мощности, вводимой в волокно, составит всего 3 %.

Величина, обратная дисперсии, определяет *ширину полосы пропускания* волновода и позволяет оценить предельную скорость передачи данных. Измеряется эта величина в МГц · км. Для рассмотренного выше волокна с оболочкой полоса пропускания составляет около 30 ГГц · км.

4.2. Материальная дисперсия

Материальная дисперсия — это зависимость показателя преломления среды n_1 от длины волны света λ . Поскольку в среде скорость распространения световых волн с различной частотой различна, в волноводе происходит уширение светового импульса. Для монохроматического источника света этот вид дисперсии должен отсутствовать, однако на практике все источники имеют спектр излучения конечной ширины.

Дисперсионные свойства оптических материалов характеризуются зависимостью n_1 от λ . С учетом этой зависимости групповую скорость световой волны можно записать в виде

$$v_{\text{гр}} = \frac{c}{n - \lambda \frac{dn}{d\lambda}}. \quad (4.3)$$

Тогда время, за которое световой импульс пройдет расстояние l , равно

$$t = \frac{l}{v_{\text{гр}}} = \left(n - \lambda \frac{dn}{d\lambda} \right) \frac{l}{c}.$$

Если спектральный диапазон импульса составляет $\lambda \pm \Delta\lambda$, то на выходе из волновода длительность импульса увеличится на величину

$$\Delta t = \frac{dt}{d\lambda} \Delta\lambda = \left(\frac{dn}{d\lambda} - \frac{dn}{d\lambda} - \lambda \frac{d^2 n}{d\lambda^2} \right) \Delta\lambda \frac{l}{c} = -\frac{l}{c} \lambda \frac{d^2 n}{d\lambda^2} \Delta\lambda.$$

Величина $\Delta\lambda$ определяется как диапазон длин волн, в пределах которого излучаемая мощность превышает 50 % от максимального значения. Часто используют относительную ширину спектра излучения:

$$\gamma = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\Delta\omega}{\omega}. \quad (4.4)$$

Тогда длительность импульса на уровне его половинной мощности будет равна

$$\tau_{\text{мат}} = \frac{1}{c} \gamma \lambda^2 \frac{d^2 n}{d\lambda^2} = \frac{1}{c} \gamma |Y_m|, \quad (4.5)$$

где $Y_m = \lambda^2 \frac{d^2 n}{d\lambda^2}$ — коэффициент дисперсии материала. Эта величина

может быть как положительной, так и отрицательной (рис. 4.2). Из рисунка видно, что коэффициент Y_m становится равным нулю при $\lambda \approx 1,25$ мкм. Это означает, что на этой длине волны материальная дисперсия минимальна.

Характерная ширина спектра излучения светодиодов на основе кристалла GaAs составляет $\Delta\lambda = 30$ нм при средней длине волны 850 нм. Для чистого кварца на этой длине волны $Y_m = 0,021$. Поэтому удельное уширение импульса в кварцевом волокне составит около 2,5 нс/км.

Материальная дисперсия ослабевает по мере уменьшения спектральной ширины оптического излучения, однако даже при использовании идеального монохроматического лазера после модуляции сигнала возникнет спектральное уширение, тем большее, чем больше частота модуляции. Для компенсации материальной дисперсии

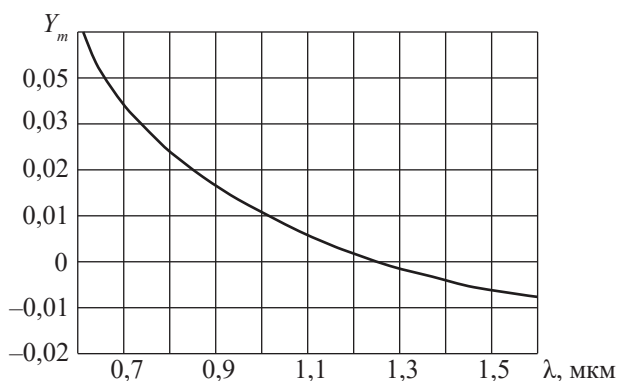


Рис. 4.2. Зависимость коэффициента Y_m кварца от длины волны света

в оптическую систему добавляют компоненты с постоянной отрицательной дисперсией. Эта технология позволяет значительно увеличить длину линии передачи.

Для того чтобы лучше понять принцип компенсации материальной дисперсии, рассмотрим немонахроматический пучок света, состоящий из трех компонент с различной длиной волны. Назовем их условно «красный», «синий» и «зеленый». Будем также считать, что их длины волн соотносятся следующим образом: «красный» > «зеленый» > «синий». В волокно эти компоненты попадают одновременно. В среде с положительной материальной дисперсией ($Y_m > 0$) групповая скорость «красного» света выше, чем «синего», поэтому со временем «синий» компонент опередит «зеленый», а «красный» от него отстанет (рис. 4.3, а). Это приведет к тому, что приемник излучения на выходе волокна зарегистрирует уширение светового импульса.

В случае материала с отрицательной материальной дисперсией ($Y_m < 0$) ситуация будет обратной: «синий» компонент отстанет от «зеленого», а «красный» его опередит (рис. 4.3, б). Следует отметить, что при одинаковой величине коэффициента материальной дисперсии в обоих случаях уширение импульса будет одним и тем же. Однако если в волокне содержатся участки как с положительной, так и с отрицательной дисперсией, то спектральные компоненты

будут периодически разделяться и вновь сближаться, что и позволяет компенсировать уширение импульса.

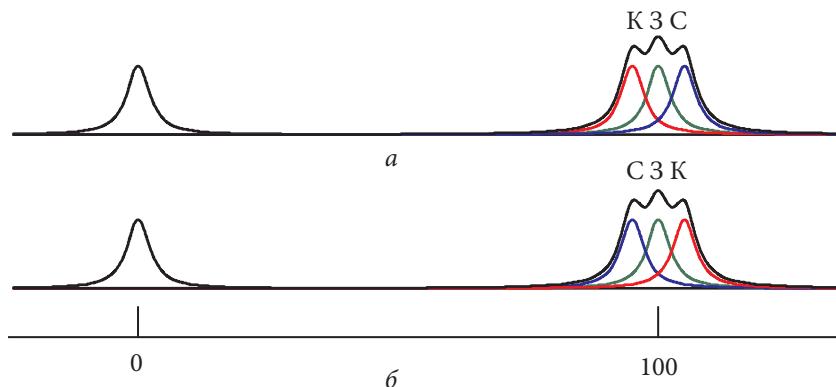


Рис. 4.3. Схема разделения спектральных компонент светового импульса в среде с $Y_m > 0$ (а) и $Y_m < 0$ (б).

Буквы К, С, З обозначают спектральные компоненты светового пучка

4.3. Волноводная дисперсия

Волноводной дисперсией называется уширение импульса, связанное с непосредственной зависимостью постоянной распространения β от длины волны света:

$$\Delta t_{\text{волн}} = -\frac{l}{c} \frac{2\pi\Delta\lambda}{\lambda^2} \frac{d^2\beta}{dk^2}. \quad (4.6)$$

Одной из характеристик волновода является эффективный показатель преломления N , который определяется как β/k , а также нормированный показатель преломления b :

$$b = \frac{N^2 - n_2^2}{n_1^2 - n_2^2} = \frac{(\beta/k)^2 - n_2^2}{n_1^2 - n_2^2}.$$

Отсюда можно выразить β :

$$\beta = kn_2 \sqrt{1 + 2b\Delta} \approx kn_2 (1 + b\Delta),$$

где $\Delta = \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1^2}$ — относительная разность показателей преломления.

Это выражение содержит два вклада. Первый вклад имеет материальную природу, а второй зависит не только от свойств материала, но и от параметра b , который для каждой моды свой, а значит, зависит от длины волны.

Если считать материальную дисперсию незначительной, т. е. $\frac{dn_2}{dk} \approx 0$, то

$$\frac{d\beta}{dk} \approx n_2 \Delta \frac{d(kb)}{dk} = n_2 \Delta \frac{d(Vb)}{dV},$$

где $V = 2ak\sqrt{n_1^2 - n_2^2}$ — нормированная частота волновода. Тогда

$$\frac{d^2\beta}{dk^2} = \frac{2n_2\Delta}{k} V \frac{d^2(Vb)}{dV^2} = \frac{2n_2\Delta}{k} Y_\omega. \quad (4.7)$$

Величина $Y_\omega = V \frac{d^2(Vb)}{dV^2}$ — коэффициент волновой дисперсии.

Этот коэффициент всегда положителен (рис. 4.4).

Подставляя (4.7) в (4.6), учитывая (4.4) и то, что $k = 2\pi/\lambda$, можно получить следующее выражение для удельной волноводной дисперсии:

$$\tau_{\text{волн}} = -\frac{2n_2\gamma\Delta}{c} Y_\omega. \quad (4.8)$$

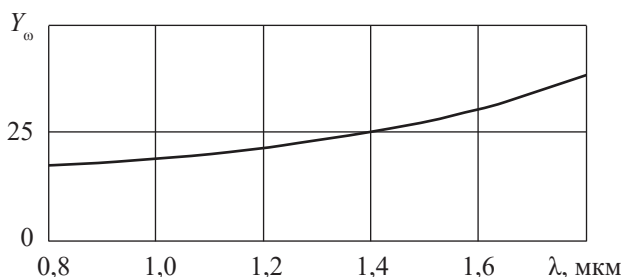


Рис. 4.4. Зависимость коэффициента волноводной дисперсии Y_{ω} для одномодового кварцевого волокна от длины волны света

В реальных волноводах одновременно наблюдаются все виды дисперсии. Суммарная удельная дисперсия волновода находится следующим образом:

$$\tau = \sqrt{\tau_{\text{мод}}^2 + \tau_{\text{мат}}^2 + \tau_{\text{волн}}^2}. \quad (4.9)$$

4.4. Поляризационная дисперсия

Поляризационная дисперсия представляет собой особый вид дисперсии, наблюдающийся исключительно в волоконных волноводах и связанный с отклонениями поперечного сечения сердцевинки волновода от идеального круга.

В любой точке волокна импульс поляризованного оптического излучения можно разложить на поляризационные составляющие с двумя взаимно ортогональными состояниями поляризации. В волноводе с идеально круглым сердечником обе такие волны распространяются с одинаковой скоростью, поэтому длительность импульса не изменяется. В реальных волноводах всегда существуют области, в которых сечение сердцевинки отклоняется от идеального круга. Эти области образуются, например, под действием остаточных механических напряжений, возникших в процессе производ-

ства волокна. Кроме того, механические напряжения возникают и во время монтажа в местах соединения волокон между собой, и во время эксплуатации кабеля из-за механических воздействий или колебаний температуры. Все эти воздействия ведут к локальным, случайно распределенным деформациям волокна, которые и нарушают геометрию волокна.

На каждом таком участке волокна возникает двулучепреломление, которое приводит к временной задержке между компонентами оптического сигнала, разложенного по так называемым быстрой и медленной осям. Из-за того что направление осей двулучепреломления соседних участков волокна меняется случайным образом, форма и границы оптического импульса претерпевают статистическое уширение. Такое уширение и называется *поляризационной дисперсией*. Эта дисперсия очень мала (обычно не превышает 0,5 пс/км) и начинает играть заметную роль при скоростях передачи данных свыше 2 Гбит/с. Так как отдельные факторы, вызывающие поляризационную дисперсию, невозможно выделить и измерить, то методов компенсации такой дисперсии в настоящее время не существует.

4.5. Хроматическая дисперсия

В одномодовом волокне, в котором отсутствует межмодовая дисперсия, полная дисперсия складывается из материальной и волноводной. Совместное влияние материальной и волноводной дисперсий называют *хроматической дисперсией*. Поскольку материальная дисперсия может быть отрицательной, а волноводная всегда положительна, на определенной длине волны может возникнуть их взаимная компенсация (рис. 4.5). Такая длина волны λ_0 называется *длиной волны нулевой дисперсии*. Для одномодового кварцевого волокна она составляет около 1,3 мкм.

Использование света с длиной волны, соответствующей нулевой дисперсии, особенно удобно в области телекоммуникаций. Однако

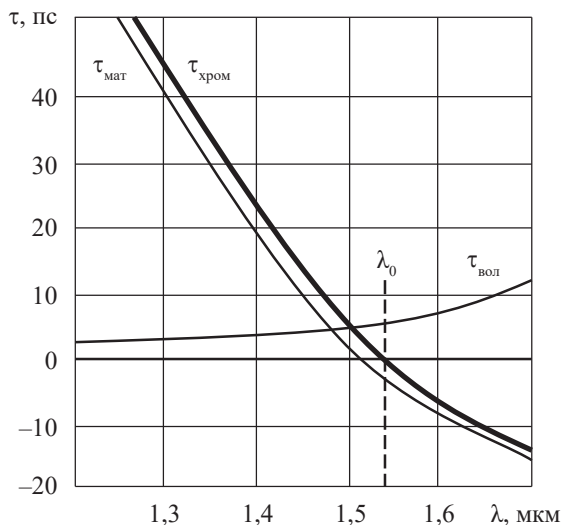


Рис. 4.5. Взаимная компенсация материальной и волноводной дисперсий в одномодовом кварцевом волокне на длине волны λ_0

в настоящее время чаще используются так называемые *волокна со смещенной дисперсией*, у которых длина волны нулевой дисперсии перемещена на 1550 нм, что соответствует абсолютному минимуму потерь в кварцевых волокнах. Интерес к использованию длины волны 1550 нм обусловлен еще и тем, что эта длина волны лежит в середине диапазона усиления оптических усилителей на основе эрбия.

Вопросы для самопроверки

1. Что такое дисперсия?
2. Какие виды дисперсии существуют в волноводах?
3. Как называется дисперсия, вызванная отставанием одних мод от других?
4. В каких волноводах отсутствует межмодовая дисперсия?

5. Что такое материальная дисперсия?
6. Какой знак имеет коэффициент материальной дисперсии материала?
7. Чем обусловлена поляризационная дисперсия?
8. По какому правилу складываются различные виды дисперсии?
9. Что такое хроматическая дисперсия?
10. Какой вид дисперсии не встречается в планарных волно-водах?

5. ГРАДИЕНТНЫЕ ВОЛНОВОДЫ

До сих пор мы рассматривали волноводы со ступенчатым профилем показателя преломления, т. е. таким, у которого показатель преломления сердцевины одинаков в каждой точке и скачком меняется на границе с оболочкой (рис. 5.1, *а*). В таких волноводах разные моды движутся с различными скоростями и проходят одно и то же расстояние за разное время, что приводит к возникновению межмодовой дисперсии.

Для того чтобы оптический путь различных мод был одинаковым, нужно, чтобы для каждой моды показатель преломления был свой. Иными словами, показатель преломления волновода должен изменяться в пространстве. Волновод, в котором показате-

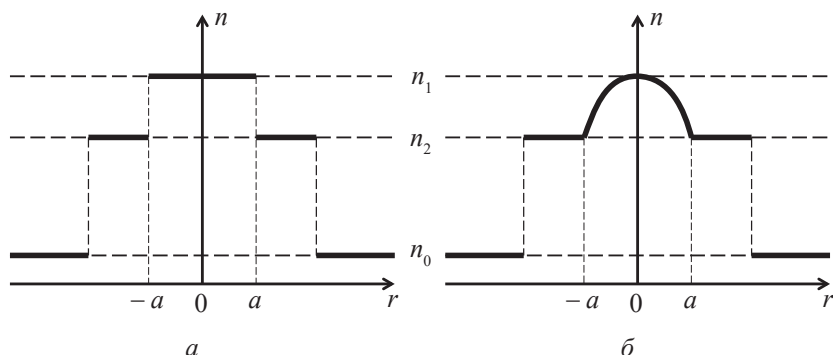


Рис. 5.1. Профиль показателя преломления в ступенчатом (*а*) и градиентном (*б*) волоконном волноводах

тель преломления сердцевины плавно уменьшается в направлении от оси волновода к оболочке, называется *градиентным* (рис. 5.1, б). Профиль показателя преломления подбирается таким образом, чтобы оптические пути, проходимые различными модами, были одинаковыми. Моды низших порядков распространяются вблизи оси волновода в среде с большим показателем преломления, поэтому их оптический путь больше, чем у мод высших порядков.

5.1. Общие принципы

Распространение света в градиентном волноводе можно считать, если разбить волновод на тонкие слои, параллельные оси волновода, в которых показатель преломления можно считать постоянным (рис. 5.2, а). Таким образом, градиентный профиль заменяется ступенчатым. В этом случае решение волнового уравнения можно искать в виде

$$E_j(x) = A_j \exp\left(i\gamma_j(x - x_j)\right) + B_j \exp\left(-i\gamma_j(x - x_j)\right), \quad (5.1)$$

где $\gamma_j = \sqrt{k_0^2 n_j^2 - \beta^2}$; n_j — показатель преломления j -го слоя. Константы A_j и B_j определяются из граничных условий:

$$E_j = E_{j+1} \quad \text{и} \quad \frac{\partial E_j}{\partial x} = \frac{\partial E_{j+1}}{\partial x} \quad \text{при} \quad x = x_j.$$

Из этих выражений видно, что между коэффициентами A_j и A_{j+1} (как и между B_j и B_{j+1}) существует рекуррентная связь. Для решения такой задачи в области подложки (n_3) и оболочки (n_2) устанавливается экспоненциальное убывание электрического поля, а коэффициенты A_0 и B_0 выбираются так, что $A_0 = 1$ и $B_0 = 0$. При этом, чтобы на второй границе волновода поле экспоненциально

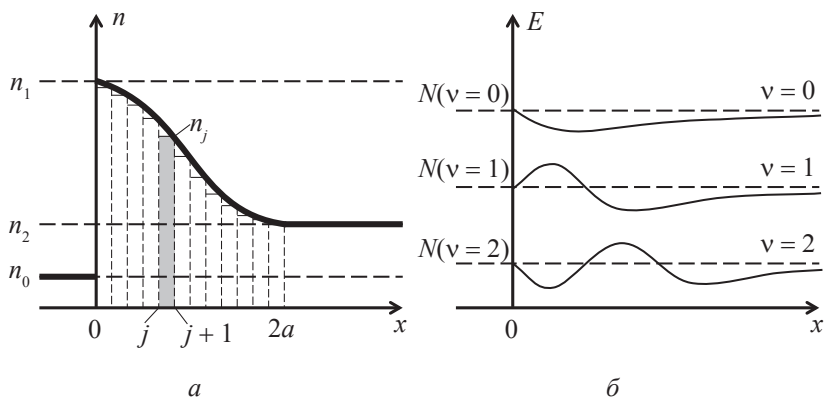


Рис. 5.2. Планарный градиентный волновод с профилем показателя преломления гауссовой формы:
 а — разбиение профиля на слои; б — распределение амплитуды электрического поля для трех волноводных мод

убывало при мнимых значениях γ , коэффициент A_p должен стремиться к нулю.

Решая такую задачу численными методами, находят распределение амплитуды электрического поля в волноводе с любым профилем показателя преломления (рис. 5.2, б). При этом чем больше число слоев, на которые делится волновод, тем точнее получается решение.

Компоненты соответствующего магнитного поля находят из уравнений Максвелла:

$$\begin{cases} \beta E_y = -\mu_0 \omega H_x, \\ -i\beta H_x - \frac{\partial H_z}{\partial x} = i\epsilon\epsilon_0 E_y. \end{cases}$$

5.2. Градиентный волоконный волновод

Для волоконных волноводов распределение показателя преломления по радиусу волокна обычно описывают выражением

$$\begin{cases} n(r) = n_1 \left[1 - 2\Delta \left(\frac{r}{a} \right)^\alpha \right]^{1/2}, & r < a, \\ n(r) = n_2, & r \geq a. \end{cases} \quad (5.2)$$

Здесь n_1 — показатель преломления на оси волокна, n_2 — показатель преломления оболочки, $\Delta = \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1^2}$, α — параметр профиля

показателя преломления: $\alpha = \infty$ соответствует ступенчатому профилю, $\alpha = 1$ — треугольному, $\alpha = 2$ — параболическому (рис. 5.3). При параболическом профиле показателя преломления в волокне наблюдается синхронизм мод и межмодовая дисперсия сильно подавляется.

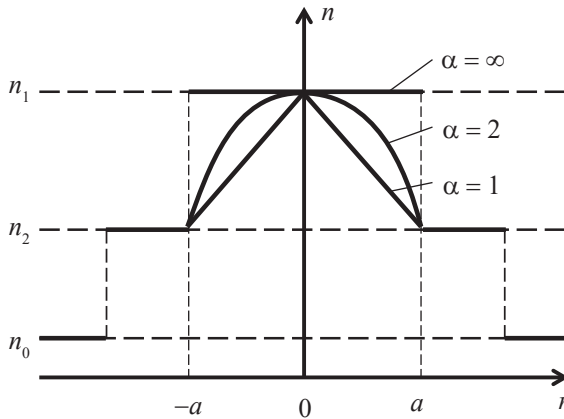


Рис. 5.3. Профиль показателя преломления в волоконном градиентном волноводе при различных значениях параметра α

Расчет постоянной распространения $\beta_{\text{вн}}$ для градиентного волокна проводится по тем же формулам, что и для ступенчатого, с той лишь разницей, что в сердцевине $n = n(r)$. Сложности начинаются при расчете радиальной составляющей поля E_z . При $r < a$ радиальное волновое уравнение имеет вид

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} + \left(k^2 n^2(r) - \beta^2 - \frac{\nu}{r^2} \right) R = 0. \quad (5.3)$$

Общего решения этого уравнения не существует. Точные решения существуют только для $\alpha = 2$ и $\alpha = \infty$.

Эффективная числовая апертура градиентного волокна с параболическим профилем показателя преломления составляет

$$NA_{\text{эфф}} = \frac{1}{2} \sqrt{n_1^2 - n_2^2}. \quad (5.4)$$

Число мод, распространяющихся в градиентном волокне, определяется выражением

$$N = \frac{\alpha}{\alpha + 2} \frac{V^2}{2}. \quad (5.5)$$

Для параболического волокна $N = V^2/4$.

В градиентных волноводах одномодовый режим работы, так же как и в ступенчатых, достигается при условии $V \geq V_C$. Однако, в от-

личие от ступенчатых, $V_C = 2,405 \sqrt{1 + \frac{2}{\alpha}}$.

Траектория распространения света в градиентных волноводах представляет собой периодические функции (рис. 5.4).

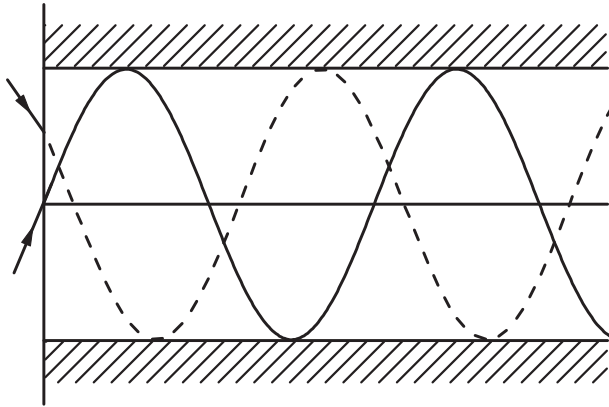


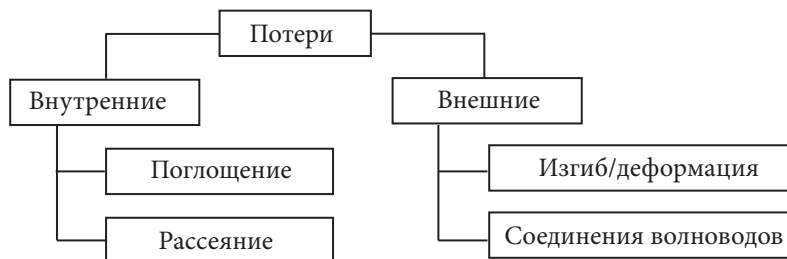
Рис. 5.4. Траектория распространения меридионального (сплошная линия) и немеридионального (штриховая линия) лучей в волоконном волноводе с градиентным показателем преломления

Вопросы для самопроверки

1. Для чего в градиентных волноводах создается градиент показателя преломления?
2. Каким образом описывается профиль показателя преломления в градиентном волноводе?
3. При каких значениях параметра профиля показателя преломления можно получить точное распределение напряженности электрического поля в градиентном волноводе?
4. При каком профиле показателя преломления в градиентном волноводе происходит сильное подавление межмодовой дисперсии?
5. Какой вид имеют траектории световых лучей в градиентном волноводе?

6. ПОТЕРИ В ВОЛНОВОДАХ

При распространении света в среде его энергия постепенно уменьшается. Выделяют несколько видов потерь:



6.1. Поглощение света

Любая среда поглощает энергию, что приводит к затуханию электромагнитной волны. Для затухающей волны, распространяющейся вдоль направления Z , интенсивность излучения описывается законом Ламберта — Бугера:

$$I = I_0 \exp(-\alpha z). \quad (6.1)$$

Здесь коэффициент поглощения α считается не зависящим от интенсивности. Это справедливо до тех пор, пока интенсивность света не слишком велика. В противном случае возникают различные

нелинейные эффекты (самофокусировка, оптические солитоны, генерация второй гармоники, синхронизация мод и др.).

С учетом дисперсионного уравнения $k = n(\omega)\omega/c$, связывающего волновой вектор и частоту, выражение для напряженности электрического поля волны можно записать в виде

$$E = E_0 \exp[i(\omega t - kz)] = E_0 \exp\left[i\left(\omega t - \frac{\omega}{c}nz\right)\right].$$

Для того чтобы амплитуда затухающей волны экспоненциально убывала, нужно ввести комплексный показатель преломления $n' = n - i\kappa$, где κ — коэффициент экстинкции, характеризующий эффективность поглощения средой электромагнитной энергии. Тогда

$$E = E_0 \exp\left[i\left(\omega t - \frac{\omega}{c}nz\right)\right] \exp\left(-\frac{\omega}{c}\kappa z\right).$$

Поскольку $I \propto \langle E^2 \rangle$, то $I = E_0^2 \exp\left(-2\frac{\omega}{c}\kappa z\right) = I_0 \exp\left(-2\frac{\omega}{c}\kappa z\right)$.
Отсюда

$$\alpha(\omega) = 2\frac{\omega}{c}\kappa(\omega) = 4\pi\frac{\kappa(\omega)}{\lambda}. \quad (6.2)$$

Коэффициент экстинкции κ характеризует степень проникновения электромагнитного излучения в материал. Чем κ больше, тем труднее излучению проникнуть в среду. Коэффициент поглощения α характеризует толщину материала, которая ослабляет интенсивность света в e раз.

Выделяют два вида поглощения света — собственное и несобственное. *Собственное поглощение* вызвано взаимодействием распространяющейся световой волны с материалом волновода и его оболочкой. При этом поглощение световой энергии происходит за счет возбуждения электронных состояний или колебательных уровней энергии молекул компонент материала.

Мы уже обсуждали, к чему приводит существование материальной дисперсии. Мы говорили, что материальная дисперсия представляет собой зависимость показателя преломления волновода от частоты света. Математически эта зависимость может быть записана в виде

$$n(\omega) = \sqrt{1 + \frac{A}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2\gamma^2}}}.$$

Здесь коэффициент A определяется свойствами материала, ω_0 — собственная частота колебаний валентных электронов в материале волновода, γ — коэффициент затухания вынужденных колебаний валентных электронов. Графически эта зависимость имеет вид как на рис. 6.1, *а*.

Участки AB и CD на рис. 6.1, *а* характеризуются нормальной дисперсией. Здесь производная $\frac{dn}{d\omega} > 0$. На участке BC наблюдается аномальная дисперсия, для которой $\frac{dn}{d\omega} < 0$. Резонанс возникает на частоте ω_r , отличающейся от частоты собственных колебаний электронов: $\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\gamma}$. Вблизи этой частоты амплитуда смещения центра масс валентных электронов резко возрастает за счет резонансного поглощения ими световой энергии.

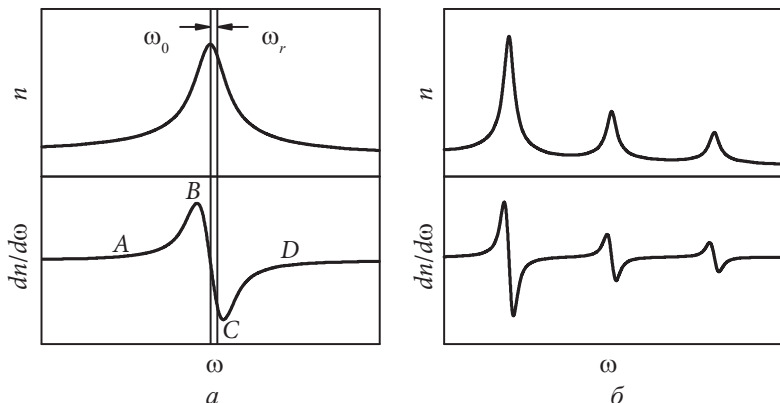


Рис. 6.1. Кривая дисперсии $n(\omega)$ и ее производная для материала с одной (*а*) и несколькими (*б*) резонансными частотами

В реальных материалах могут наблюдаться несколько резонансных частот. При этом кривая дисперсии $n(\omega)$ имеет более сложный вид (рис. 6.1, б).

Для любого материала существуют некоторые диапазоны частот, для которых потери на поглощение минимальны. Такие диапазоны называются *окнами прозрачности*.

В чистом кварце, наиболее распространенном материале, из которого изготавливают оптические волноводы, край собственного поглощения лежит в ультрафиолетовой области на длине волны 140 нм. Эта длина волны соответствует ширине запрещенной зоны материала. Максимум поглощения на колебаниях связи Si–O приходится на длину волны 9,2 мкм. Типичная кривая затухания света в одномодовом волокне из кварца показана на рис. 6.2, где b — удельное затухание:

$$b = \frac{10}{l} \lg \frac{R_{\text{вх}}}{R_{\text{вых}}}, \quad (6.3)$$

Здесь $R_{\text{вх}}$ — мощность излучения на входе в волновод, $R_{\text{вых}}$ — мощность излучения на выходе, l — длина волновода.

Из рис. 6.2 видно, что окна прозрачности кварцевого волокна лежат в диапазонах 0,8–0,9; 1,2–1,3; 1,5–1,6 мкм. Здесь удельное затухание имеет минимальные значения. Поэтому длины волн 850 нм, 1,3 и 1,55 мкм являются наиболее перспективными для развития телекоммуникаций. А в диапазоне 1,2–1,3 мкм еще и материальная дисперсия для кварцевых волокон минимальна.

Несобственное поглощение в материале обусловлено наличием примесей, особенно ионов переходных металлов, таких как хром, ванадий, железо, никель, кобальт и др. Такие ионы имеют не полностью заполненные внутренние электронные оболочки, где возникают электронные переходы, вызывающие дополнительное поглощение света. Для того чтобы затухание волн с длиной волны менее микрона было менее 1 дБ/км, атомная концентрация примесей должна быть менее 10^{-9} .

С другой стороны, примеси используются при изготовлении волноводов для управления показателем преломления. Поэтому подбирают такие примеси, которые в наименьшей степени увеличивают поглощение света в требуемой спектральной области. Наиболее подходящей примесью является германий, у которого максимум поглощения на колебаниях связи Ge–O приходится на 11 мкм. Легирование фосфором и бором приводит к смещению полосы поглощения в сторону коротких длин волн, что исключает возможность использования волноводов на длинах волн менее 0,85 мкм.

Существенные потери в волноводах связаны с поглощением света на гидроксильных ионах OH^- . Такие ионы способны внедряться в волновод как из расплава, так и из паров воды, которые всегда находятся в воздухе. В спектре поглощения волновода гидроксильная группа создает дополнительные линии на длинах волн 0,72; 0,88; 0,95; 1,13; 1,24; 1,4 мкм (рис. 6.2). Несмотря на то что на некоторых длинах волн величина поглощения может превышать 1 дБ/км, ширина линий достаточно мала, что позволяет обеспечивать окна прозрачности вблизи длин волн 1,3 и 1,55 мкм шириной 100 и 150 нм соответственно.

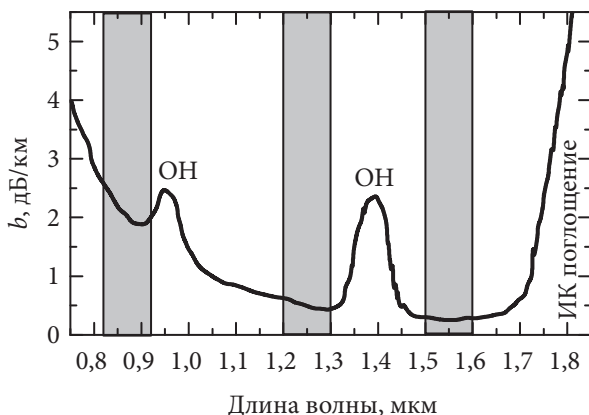


Рис. 6.2. Кривая затухания света в одномодовом кварцевом волокне.

Серым цветом выделены окна прозрачности

6.2. Рассеяние света

Рассеяние света присуще всем видам стекол, так как все оптические материалы имеют дефекты, рассеивающие свет. Количество рассеиваемой энергии P_s зависит от плотности дефектов, площади поперечного сечения рассеивающего тела и силы взаимодействия рассеиваемых волн:

$$P_s = I_0 \pi r^2 g, \quad (6.4)$$

где I_0 — интенсивность падающего света; r — средний радиус рассеивающего дефекта; g — безразмерный коэффициент, зависящий от отношения r/λ .

Во всех типах стекол рассеяние света обычно происходит на примесях, размеры которых гораздо меньше, чем длина волны ($r \ll \lambda$). Такое рассеяние называется *рэлеевским*. Если линейно поляризованный свет рассеивается на микроскопическом диполе с дипольным моментом μ , параллельным поляризации света, то вдали от диполя количество рассеиваемой энергии можно записать в виде

$$P_s = I_0 \frac{8\pi}{3\lambda^4} |\mu|^2 f(\theta), \quad (6.5)$$

где $f(\theta)$ — угловой коэффициент, описывающий диаграмму направленности излучения диполя.

Поскольку рэлеевское рассеяние обратно пропорционально λ^4 , то чем больше длина волны распространяющегося света, тем меньше он будет рассеиваться. Так, например, для $\lambda = 1,55$ мкм удельное затухание не превышает 0,18 дБ/км. Очевидно, что легирование волновода приводит к увеличению количества рассеиваемых центров и, как следствие, к увеличению потерь.

Другим механизмом возникновения потерь в волноводах является *комбинационное (рамановское) рассеяние света*. Этот эффект заключается в неупругом рассеянии света с частотой ω_0 на колебаниях кристаллической решетки материала волновода (с часто-

той ω_k). В результате в среде возникает дополнительное излучение с частотами $\omega_0 \pm \omega_k$. Рассмотрим этот процесс подробнее.

Несмотря на то что полная теория комбинационного рассеяния может быть развита только на основе квантовых представлений, основные ее стороны могут быть описаны и в рамках классической теории. В классической теории рассеяние света рассматривается как результат вынужденных колебаний дипольного момента молекулы или атома под действием электрического поля падающего света. И хотя в рассеянии света видимого и ближнего ультрафиолетового диапазона длин волн принимает участие в основном более легкая и подвижная электронная оболочка, движение электронов связано с движением ядер посредством эффективного поля, и при колебаниях ядер вблизи положения равновесия деформации электронных оболочек происходят с той же частотой.

Электрическое поле световой волны индуцирует в веществе дипольный момент

$$\vec{P} = \alpha \vec{E}, \quad (6.6)$$

где α — тензор поляризуемости среды (тензор второго ранга), характеризующий способность среды приобретать дипольный момент во внешнем электрическом поле, т. е. насколько легко электроны могут смещаться под действием внешнего электрического поля. Вид тензора α определяется симметрией кристаллической решетки. Если световая волна имеет напряженность $\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega_0 t)$, то дипольный момент запишется в виде

$$\vec{P} = \alpha \vec{E}_0 \cos(\omega_0 t). \quad (6.7)$$

Колебания ядер вблизи положения равновесия периодически изменяют состояние электронных оболочек и, следовательно, тензор поляризуемости. Если атомы кристалла колеблются с частотой ω_k по гармоническому закону $q = q_0 \cos(\omega_k t)$, то при малых амплитудах

колебаний компоненты тензора поляризуемости можно разложить в ряд по нормальным координатам:

$$\alpha = \alpha_0 + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial q_k} \right)_0 q_k. \quad (6.8)$$

Здесь α_0 — поляризуемость среды в равновесной конфигурации, $\left(\frac{\partial \alpha}{\partial q_k} \right)_0$ — производная поляризуемости в положении равновесия, q_k — нормальная координата, соответствующая колебанию с частотой ω_k . Собирая все эти выражения, получаем

$$\begin{aligned} \vec{P} = & \alpha_0 \vec{E}_0 \cos(\omega_0 t) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \alpha}{\partial q_k} \right)_0 q_{0k} \vec{E}_0 \cos((\omega_0 - \omega_k) t) + \\ & + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \alpha}{\partial q_k} \right)_0 q_{0k} \vec{E}_0 \cos((\omega_0 + \omega_k) t). \end{aligned} \quad (6.9)$$

В этом выражении первое слагаемое описывает упругое рэлеевское рассеяние без изменения частоты, второе и третье слагаемые описывают комбинационное рассеяние. Рассеяние с частотой $\omega_0 - \omega_k$ называется стоксовым, а рассеяние с частотой $\omega_0 + \omega_k$ — антистоксовым. В спектральном представлении комбинационное рассеяние приводит к появлению двух дополнительных линий по обе стороны от линии рэлеевского рассеяния (рис. 6.3).

Тензор $\alpha_{Ram} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \alpha}{\partial q_k} \right)_0 q_{0k}$, входящий в выражение (6.9), назы-

вается *тензором комбинационного рассеяния*. В спектрах комбинационного рассеяния будут наблюдаться те колебания, для которых хотя бы одна из компонент этого тензора не равна нулю.

Интенсивность электромагнитной волны (средняя мощность потока электромагнитной энергии), излучаемой диполем, пропор-

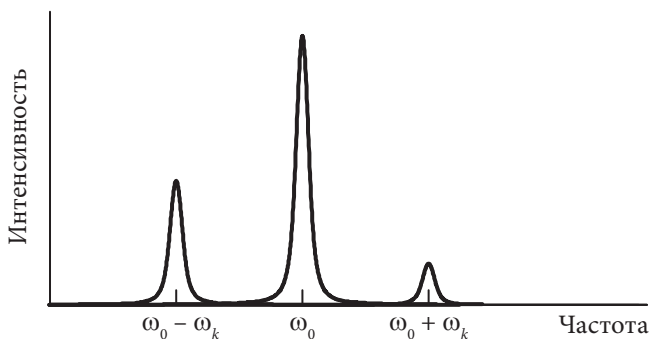


Рис. 6.3. Спектр рассеянного среды света

циональна квадрату поляризации и четвертой степени частоты: $I \propto \omega^4 P^2$. Поэтому для интенсивности комбинационного рассеяния с учетом (6.9) можно записать

$$I \propto \left(\frac{\partial \alpha}{\partial q_k} \right)_0^2. \quad (6.10)$$

Следует отметить, что интенсивность комбинационного рассеяния света примерно на шесть порядков меньше, чем интенсивность рэлеевского. Поэтому потери, связанные с комбинационным рассеянием, тоже существенно меньше.

Однако если интенсивность света в волноводе велика, то возникающие стоксовы и антистоксовы компоненты могут начать возбуждать соответствующие колебания кристаллической решетки и при достаточной мощности может возникнуть положительная обратная связь: рассеяние света усиливает колебания, а колебания усиливают рассеяние. В результате система самовозбуждается и переходит в режим вынужденного рассеяния, при котором интенсивность рассеяния возрастает на много порядков и становится соизмеримой с интенсивностью входящего излучения. Такой эффект называется *вынужденным комбинационным рассеянием*.

6.3. Внешние потери

В волоконных волноводах значительный вклад в потери вносят микроизгибы волокна, а в планарных — деформации волноводной пленки. Для одномодовых волноводов такие потери обычно лежат в пределах от 0,1 до 0,15 дБ/км.

Другой распространенный источник потерь — соединения волноводов. Простейшим способом соединения волноводов (как планарных, так и волоконных) является сопряжение встык, при котором два волновода прикладываются друг к другу торцами (рис. 6.4). Эффективность такого соединения зависит от множества факторов, таких как невыровненность осей, рассогласование толщин волноводов и их числовых апертур, ширина зазора между волноводами.

Если диаметры волноводов одинаковы, но их оси смещены друг относительно друга, то часть света будет попадать в оболочку и теряться. Эффективность пропускания такого соединения вычисляется из отношения площади перекрытия к площади сечения сердечника волновода (рис. 6.4, а). При небольших смещениях ($d < 0,2a$)

эффективность пропускания можно описать как $\eta \approx 1 - \frac{2d}{\theta a}$, где

θ — угол, под которым распространяется луч света. Тогда величина потерь на таком соединении определяется выражением

$$b = 10 \lg \eta = 10 \lg \left(1 - \frac{2d}{\theta a} \right). \quad (6.11)$$

Аналогичные потери возникнут при несовпадении диаметров волокон (толщин планарных волноводов). Если излучающее волокно имеет диаметр d_1 , а принимающее — d_2 , то величина потерь составит

$$b = 20 \lg \left(\frac{d_1}{d_2} \right). \quad (6.12)$$

Так, например, соединение волокна диаметром 50 мкм с волоконным диаметром 47 мкм приведет к потере 21 % мощности оптического излучения, что эквивалентно потерям примерно 0,5 дБ.

Если оси волокон не выровнены (рис. 6.4, б), то свет будет входить во второе волокно под бóльшим углом и в зависимости от его апертуры может не остаться в сердечнике. При небольших отклонениях эффективность соединения определяется как $\eta \approx 1 - \frac{n_0 \theta}{NA}$, а потери составляют

$$b = 10 \lg \eta = 10 \lg \left(1 - \frac{n_0 \theta}{NA} \right). \quad (6.13)$$

Из этого выражения видно, что потери линейно увеличиваются с увеличением угла отклонения θ и уменьшаются при увеличе-

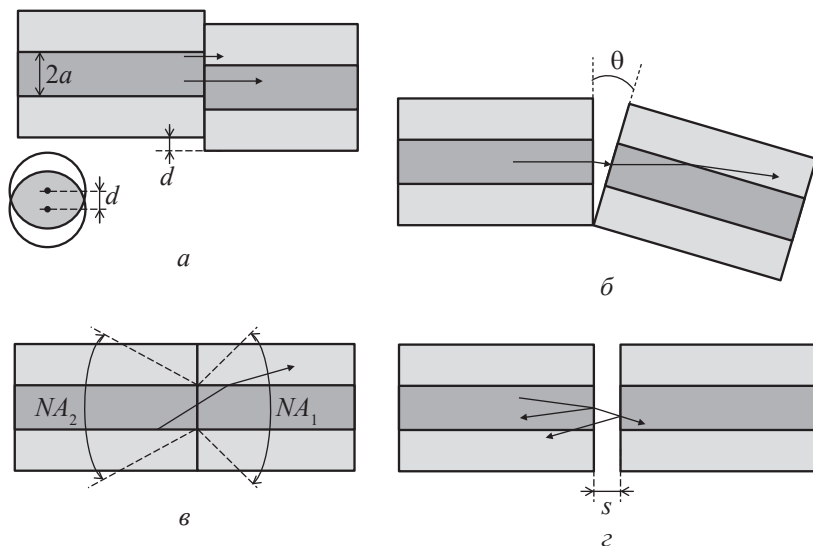


Рис. 6.4. Проблемы, возникающие при соединении волоконных волноводов методом сопряжения встык

нии числовой апертуры NA . Кроме того, величина потерь зависит от показателя преломления окружающей среды, и его увеличение приводит к увеличению потерь.

Если диаметры волокон одинаковы, оси выровнены и никаких отклонений нет, то потери на соединении могут возникнуть вследствие различия числовых апертур. Если у принимающего волокна числовая апертура NA_2 меньше, чем у передающего (NA_1), то свет может попасть в принимающее волокно под углом, превышающим угол приема (рис. 6.4, в). В этом случае потери вычисляются как

$$b = 10 \lg \left(\frac{NA_1}{NA_2} \right)^2.$$

Если между волокнами есть зазор, то свет будет частично выходить наружу и принимающее волокно его не захватит (рис. 6.4, г). Угол выхода зависит от числовой апертуры передающего волновода. Чем больше апертура, тем сильнее расходятся лучи света и тем больше будут потери. Величина потерь вычисляется по формуле

$$b = -10 \lg \left(1 - \frac{sNA}{4an_0} \right). \quad (6.14)$$

Здесь s — зазор, n_0 — показатель преломления окружающей среды, a — радиус волокна. Если ширина зазора равна радиусу волокна, то потери на соединении могут достигать 0,5 дБ.

Наличие зазора между волокнами приводит также к многократным отражениям на границах воздух — стекло. Такие потери оцениваются по формуле $b = 10 \lg(1 - \mu)$, где μ — коэффициент отражения, $\mu = \left(\frac{n_1 - n_0}{n_1 + n_0} \right)^2$. На границе раздела воздух — стекло

отражается примерно 4 % света. Поэтому обе отражающие поверхности дадут около 0,35 дБ потерь.

На практике стыки волокон часто заполняют различными компенсирующими гелями, такими как глицерин, силиконовое масло

и др., которые корректируют показатель преломления среды и снижают потери на отражение и рассеяние. Например, если в зазор между двумя волокнами с показателем преломления $n_1 = 1,5$ добавить гель с показателем преломления $n_0 = 1,4$, то потери на отражение составят всего 0,01 дБ вместо 0,35 дБ без геля.

Вопросы для самопроверки

1. Какой закон описывает затухание интенсивности света в среде?
2. Чем коэффициент экстинкции отличается от коэффициента поглощения?
3. Какие физические процессы приводят к возникновению собственного поглощения?
4. Что такое окна прозрачности?
5. Чем обусловлено несобственное поглощение света?
6. Что в волноводах вызывает рэлеевское рассеяние света?
7. Как эффективность рэлеевского рассеяния зависит от длины волны света?
8. Что представляет собой комбинационное рассеяние света?
9. При каком условии в материале будет наблюдаться комбинационное рассеяние света?
10. Что такое вынужденное комбинационное рассеяние света?
11. Каким образом можно уменьшить потери, связанные с зазором между волокнами?

7. БАЗОВЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ПЛАНАРНОЙ ИНТЕГРАЛЬНОЙ ОПТИКИ

Традиционной задачей оптики является преобразование световых пучков, их смещение, расщепление, изменение направления, фокусировка и т. п. Аналогичные задачи ставятся и перед интегральной оптикой. Тонкопленочные элементы, изменяющие фронт светового пучка и используемые для фокусировки, пространственной фильтрации, Фурье-анализа и т. п., являются одной из важнейших частей устройств интегральной оптики. Принципы преобразования световых пучков, используемые в классической «трехмерной» оптике, также могут быть применены и в оптике интегральной. Однако отличительной особенностью интегральной оптики является сильная зависимость эффективного показателя преломления моды от геометрических размеров волновода, что позволяет создавать элементы, не имеющие прямых аналогов в классической оптике.

7.1. Пассивные элементы

Планарные элементы интегральной оптики можно разделить на пассивные и активные. Пассивные элементы выполняют конкретное преобразование оптического сигнала, заданное их конструкцией, и не требуют для работы каких-либо управляющих сигналов или приложения полей. К таким элементам относятся волноводные линзы, фильтры, разветвители и др. Для работы активных элементов

требуются приложение электрического напряжения, пропускание тока или подача какого-либо иного управляющего сигнала. К таким элементам можно отнести источники и приемники оптического излучения, переключатели и модуляторы и многие другие устройства.

7.1.1. Планарные линзы

Первые волноводные линзы были основаны на принципах объемной оптики и представляли собой утолщение волноводного слоя с круговым контуром (рис. 7.1).

В области линзы имеется утолщение волноводного слоя, которое приводит к увеличению эффективного показателя преломления $N = \beta/k$ и, следовательно, к изменению направления распространения светового луча. Такие линзы представляют собой полный аналог объемных линз и обладают всеми видами оптических aberrаций, присущих их объемным аналогам.

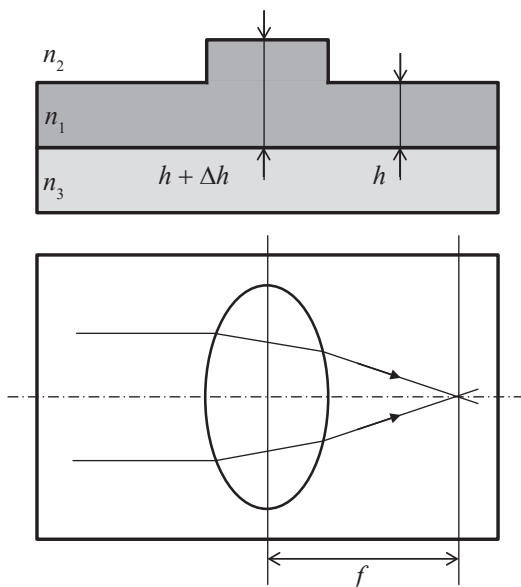


Рис. 7.1. Схема планарной линзы с изменением эффективного показателя преломления

Другой разновидностью планарных линз являются *линзы Люнеберга*. В таких линзах эффективный показатель преломления меняется по определенному закону за счет плавного увеличения толщины линзы и достигает максимума в центре. Существует несколько разновидностей схем таких линз (рис. 7.2). Линза и волновод могут быть сделаны либо из одного материала, либо из разных.

В классической линзе Люнеберга радиальный градиент показателя преломления выбирается так, чтобы падающий на линзу параллельный пучок света фокусировался на ее противоположной стороне. Однако на практике удобнее использовать обобщенные люнеберговские линзы, закон изменения толщины которых обеспечивает фокусировку падающего пучка вне линзы.

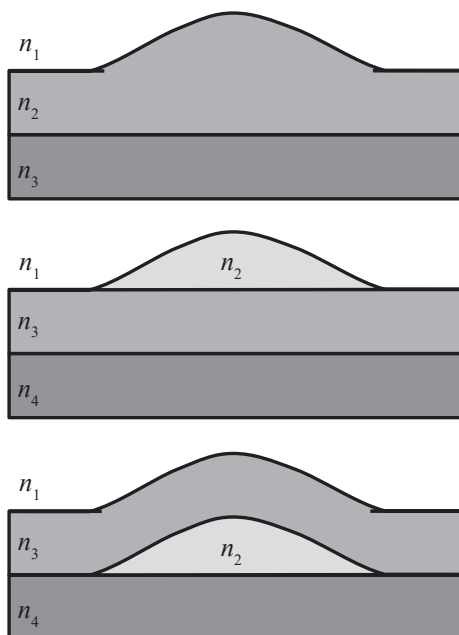


Рис. 7.2. Схемы планарных линз Люнеберга

Для TE_m -мод профиль толщины обобщенной линзы Люнеберга с нормированным фокусным расстоянием $F = f/r_0$, где f — фокусное расстояние линзы; r_0 — ее радиус, описывается уравнением

$$\frac{1}{l_m} \operatorname{tg} \left(l_m d + \operatorname{arctg} \left(\frac{l_m}{q_m} \right) \right) + \frac{1}{h_m} \operatorname{tg} \left(h_m t + \operatorname{arctg} \left(\frac{h_m}{p_m} \right) \right) = 0, \quad (7.1)$$

где введены составляющие волнового вектора m -й моды в четырехслойном волноводе (рис. 7.2, в центре): $l_m = \sqrt{k^2 n_3^2 - \beta_m^2}$, $q_m = \sqrt{\beta_m^2 - k^2 n_4^2}$, $h_m = \sqrt{k^2 n_2^2 - \beta_m^2}$ и $p_m = \sqrt{\beta_m^2 - k^2 n_1^2}$, β_m — постоянная распространения m -й моды, d и t — толщина волноводного слоя и линзы соответственно. Численное решение этого уравнения показывает, что более длиннофокусные линзы тоньше и обладают более плоским профилем.

Принципиальным условием работы планарных линз с утолщением волноводного слоя является значительное превышение эффективного показателя преломления в контуре линзы по сравнению с показателем преломления подложки. Для многих волноводов на основе ниобата лития или соединений полупроводников подобрать подходящий материал для линзы достаточно трудно. Поэтому такие линзы используют в основном на стеклянных подложках.

Альтернативой простым линзам с утолщенным волноводным слоем являются *геодезические линзы*, которые представляют собой углубление в подложке в виде сферического сегмента, на который нанесен волновод (рис. 7.3). В центре такого углубления длина оптического пути луча света больше, чем на краях. Поскольку постоянная распространения во всех точках линзы одинакова, то возникнет искривление фазовых фронтов и за углублением лучи отклонятся к оси Z .

При попадании на такую линзу узкого светового луча, параллельного оси Z , на расстоянии r от нее, луч пересечет оптическую ось на расстоянии f от центра линзы. Соотношение между радиусом углубления и фокусным расстоянием линзы получается из решения треугольника ABC (рис. 7.3). В параксиальном приближении ($r \ll$

$\ll R$, падающий луч распространяется близко к оси Z) получается следующее выражение:

$$f = \frac{R}{2(1 - \cos \theta)}. \quad (7.2)$$

При увеличении r фокусное расстояние f увеличивается, что говорит о наличии у линзы сильных продольных aberrаций. Для их уменьшения обычно используют 20–30 % апертуры линзы ($r/R \approx 0.2$ –0.3). Такие линзы позволяют достигать фокусных расстояний от 1 до 10 см. Их недостатком являются потери, возникающие при переходе из планарного волновода в сферический и при распространении света по изогнутой поверхности. Для уменьшения потерь острые кромки линзы закругляют. Изменение профиля линзы, придание ему асферической формы, позволяет уменьшать aberrации линзы.

Еще одним видом планарных линз являются линзы Френеля. Дискретная линза Френеля — это планарный аналог фазовой зон-

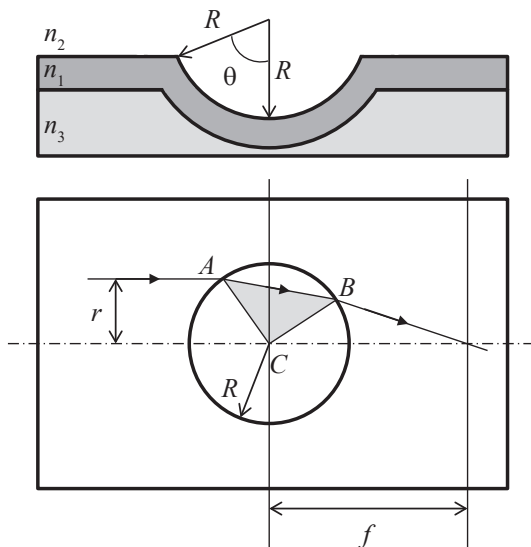


Рис. 7.3. Схема планарной геодезической линзы

ной пластинки Френеля (рис. 7.4, а). Границы m -й зоны Френеля определяются величинами S_{m-1} и S_m , где $S_m = \sqrt{m\lambda_w f}$. Здесь $m = 1, 2, 3, \dots$, $\lambda_w = \lambda/N$ — длина волны света в волноводе, f — фокусное расстояние линзы. Фазовый сдвиг волны в нечетных зонах на π больше, чем в четных. Поэтому на выходе линзы Френеля дифрагировавшие пучки света интерферируют и сойдутся в точке F' .

Задав значения фокусного расстояния f и обратного значения относительного отверстия линзы $F = f/W$, можно найти ширину линзы W , число необходимых зон $M = W/4\lambda_w F$ и минимальный зазор между зонами $d \approx F\lambda_w$.

Такие линзы изготавливаются напылением на волноводный слой полос с повышенным, показателем преломления. Подбирая толщину слоя и длину зоны, можно достичь разности фаз между пучками, проходящими через зону и вне ее, равной π . Теоретическая (расчетная) эффективность таких линз составляет всего 33 %. Ее можно увеличить, если использовать *непрерывную линзу Френеля* (рис. 7.4, б). Каждая зона этой линзы действует таким образом, чтобы оптические длины всех лучей, проходящих через зону и собирающихся в фокусе, были одинаковы и равны целому числу длин волн. При этом оптические пути лучей соседней зоны в точке F' на одну длину

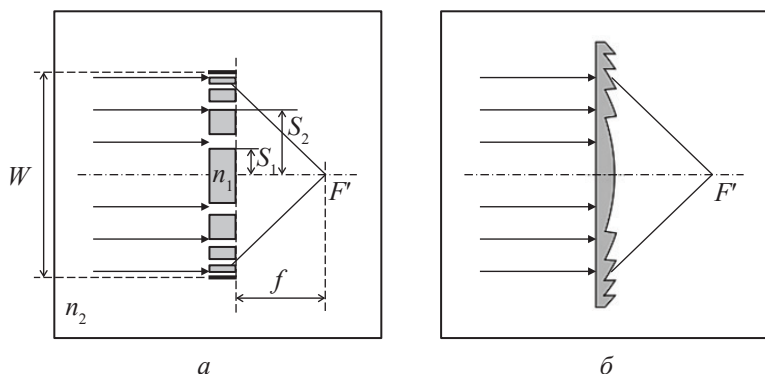


Рис. 7.4. Схемы дискретной (а) и непрерывной (б) линз Френеля

волны больше. Эффективность непрерывных линз Френеля может достигать 90 %.

7.1.2. Торцевые отражатели

В обычной оптике фокусировку света можно осуществлять и с помощью зеркал изогнутой формы. Аналогичные устройства — отражатели — можно реализовать и в интегральной оптике. Чаще всего такие отражатели делают на торцах волновода, придавая им цилиндрическую форму с требуемым радиусом кривизны. Можно реализовать как собирающие, так и рассеивающие отражатели (рис. 7.5).

Торцевые отражатели должны быть хорошо отполированы и иметь острые края, иначе рассеяние будет происходить в другие моды. Кроме того, для увеличения эффективности отражения можно добиться полного внутреннего отражения или нанести на торец металлическое покрытие.

7.1.3. Планарные призмы

Принцип работы планарных призм также основан на изменении эффективного показателя преломления за счет увеличения толщины волновода или применения двухслойной волноводной структуры. Такие призмы могут разделять моды, расщеплять их на отдельные пучки, раскладывать некогерентный свет в спектр.

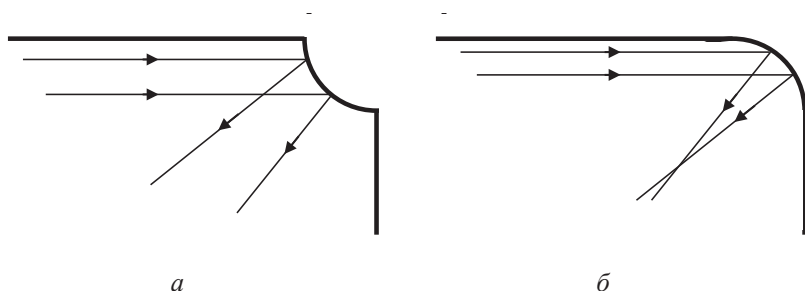


Рис. 7.5. Схемы рассеивающего (а)
и собирающего (б) торцевых отражателей

7.1.4. Направленные разветвители

Разветвители на основе канальных волноводов служат в интегральной оптике для деления светового пучка, ввода мощности в волновод, модуляции, переключения между волноводами и т.д. Принцип их работы основан на взаимодействии мод в соседних волноводах. Каждый из изолированных, невозмущенных волноводов обладает собственной системой независимых ортогональных мод. Расположение в непосредственной близости другого волновода вносит возмущение, которое приводит к возникновению связи между модами двух волноводов и обмену энергией между ними.

Рассмотрим два параллельных канальных волновода, расположенных близко друг к другу (рис. 7.6). Каждый из волноводов по отдельности обладает модами с амплитудами E_a и E_b соответственно, которые не зависят от координаты z . Однако когда волноводы находятся близко друг к другу, их амплитуды начинают зависеть друг от друга и от z :

$$\begin{cases} \frac{dE_a(z)}{dz} = -icE_b(z)\exp(i\Delta\beta z), \\ \frac{dE_b(z)}{dz} = -icE_a(z)\exp(-i\Delta\beta z), \end{cases} \quad (7.3)$$

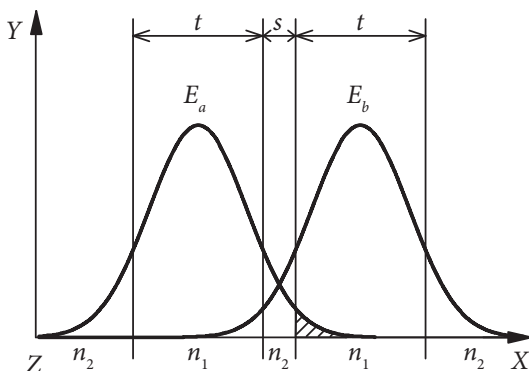


Рис. 7.6. Распределение поля в двух взаимодействующих канальных волноводах

где c — коэффициент связи мод; $\Delta\beta = \beta_a - \beta_b$. Коэффициент связи мод рассчитывается, исходя из области пространственного перекрытия нормальных мод 1 и 2:

$$c = \frac{\omega}{4} \iint E_a(x, y) \Delta\epsilon_a E_b(x, y) dx dy, \quad (7.4)$$

где $\Delta\epsilon_a = n_1 - n_2$. Если в начальный момент времени вся мощность оптического излучения находилась в волноводе 1, то для моды b второго волновода можно записать

$$E_b(z) = E_a(0) \frac{c}{\beta_c} \sin(\beta_c z) \exp\left(-i \frac{\Delta\beta}{2} z\right), \quad (7.5)$$

где $\beta_c = \sqrt{\left(\frac{\Delta\beta}{2}\right)^2 + c^2}$. Доля перенесенной мощности составляет

$$P_b(z) = P_a(0) \frac{c^2}{c^2 + \left(\frac{\Delta\beta}{2}\right)^2} \sin^2(\beta_c z). \quad (7.6)$$

Таким образом, мощность оптического излучения перетекает из одного волновода в другой с определенной периодичностью по z . Полная передача мощности происходит при $\Delta\beta = 0$ на расстоянии $L = \pi/2c$. Если $\Delta\beta \neq 0$, то максимальная доля мощности, которая

может быть перенесена, составляет $\frac{c^2}{c^2 + (\Delta\beta/2)^2}$.

Для параллельных канальных волноводов коэффициент связи между ТЕ-модами записывается в виде

$$c_{TE} = \frac{2k_1^2 \gamma_2 \exp(-\gamma_2 s)}{\beta \left(t + \frac{2}{\gamma_2}\right) (k_1^2 + \gamma_2^2)}, \quad (7.7)$$

где t — ширина волновода; s — расстояние между волноводами. Для типичных параметров $\lambda = 1$ мкм, $t = s = 3$ мкм, $\Delta n = 0,005$, коэффициент связи $c \approx 5$ см⁻¹, откуда длина взаимодействия $L \approx 2$ мкм.

Основные виды разветвителей приведены на рис. 7.7. Такие Y-образные соединения волноводов применяются не только для разделения, но и для объединения световых пучков. Коэффициент передачи мощности Y-образного разветвителя для m -й моды составляет

$$T_m = \frac{\sin^2\left(\frac{1}{2}kn_m\theta W\right)}{\left(\frac{1}{2}kn_m\theta W\right)^2}. \quad (7.8)$$

При больших углах θ связью между модами можно пренебречь. В таком случае разветвитель может использоваться как делитель мощности. При угле $\theta = c/\gamma_2$ перекачки мощности не происходит.

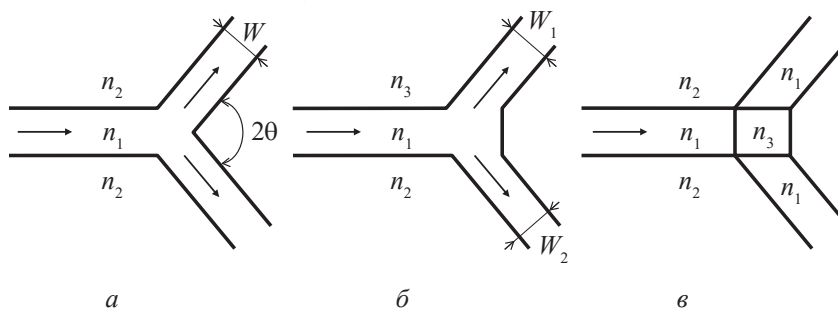


Рис. 7.7. Виды Y-образных разветвителей: симметричный (а), несимметричный (б), гибридный (в)

7.1.5. Элементы ввода-вывода излучения

Эффективный ввод и вывод оптического излучения в планарный волновод представляет собой одну из важнейших задач интегральной оптики. Простой ввод излучения путем фокусировки светового пучка на торец волноводного слоя требует не только субмикронной

точности, но и самого наличия открытого торца. Часто бывает так, что торец волновода недоступен и для ввода излучения может быть использована только его боковая поверхность. Для того чтобы в волноводе возбудилась мода порядка v , должно выполняться условие согласования фаз пучка и моды в направлении оси Z : $\beta_v = kn_2 \sin \theta_v$. Однако, как уже было показано ранее, для волноводных мод $\beta_v > kn_2$. Объединение этих двух условий дает $\sin \theta_v > 1$, что невозможно. Таким образом, возбудить волноводные моды путем облучения волновода через одну из его плоских поверхностей невозможно, для ввода-вывода излучения через поверхность волновода требуются специальные элементы, которые также можно отнести к группе пассивных элементов интегральной оптики.

Призменные элементы. Возможность ввода-вывода оптического излучения с помощью призмных элементов основана на эффекте оптического туннелирования. Суть метода заключается в следующем. Призма, изготовленная из материала с показателем преломления n_p , превышающим показатель преломления волновода, плотно прижимается к поверхности волновода (рис. 7.8). При этом между призмой и волноводом остается зазор s в десятые доли длины волны света.

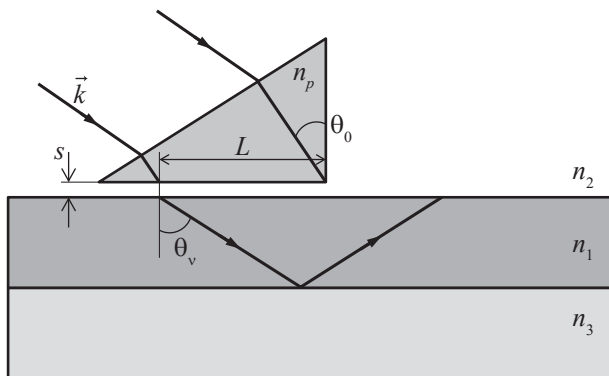


Рис. 7.8. Ввод излучения в планарный волновод с помощью призмного элемента

Пучок света шириной W направляется на призму таким образом, чтобы на ее нижней границе выполнялось условие полного внутреннего отражения. При этом в призме образуется стоячая волна с волновым числом β_p . В то же время в волноводе существует собственный набор мод с волновыми числами β_v . Если зазор между призмой и волноводом достаточно мал, то хвосты волноводных мод будут перекрываться с хвостами мод призмы и при определенном угле падения света θ_0 возможно возбуждение волноводной моды. Для этого необходимо выполнение следующего условия:

$$\beta_p = kn_p \sin \theta_0 = kn_1 \sin \theta_v = \beta_v. \quad (7.9)$$

Поскольку $n_p > n_1$, это условие можно выполнить, подобрав такой угол падения θ_0 , при котором угол распространения луча в волноводе будет равен углу распространения одной из волноводных мод. Меняя угол падения, можно менять порядок возбуждаемой моды.

По мере накопления энергии в волноводной моде при ее распространении под призмой увеличивается обратный выход излучения в призму. Поэтому существует некоторая оптимальная длина основания L , при которой происходит передача максимальной части энергии падающей волны в волновод:

$$L = \frac{W}{\cos \theta_v} = \frac{\pi}{2c}, \quad (7.10)$$

где c — коэффициент связи мод призмы и волновода. Это выражение предполагает, что амплитуда электрического поля равномерно распределена по всей ширине пучка излучения. Но в действительности обычно имеют дело с гауссовыми пучками, поэтому максимальная эффективность сопряжения не превышает 80 %.

Такие же призмённые элементы используют и для вывода оптического излучения из волновода. Если по волноводу распространяется несколько мод, то каждая будет выходить из призмы под своим углом.

Несмотря на свою простоту и довольно высокую эффективность, призмные элементы обладают рядом недостатков. Во-первых, величина показателя преломления призмы должна быть больше показателя преломления волновода. В случае стеклянных волноводов с $n_1 \approx 1,5$ подобрать материал призмы достаточно просто. Но для полупроводниковых волноводов, у которых n_1 может достигать 3–4, выбор материала призмы сильно ограничен. По сути, можно использовать только германий с показателем преломления 4. Во-вторых, использование призм требует наличия постоянного механического давления, чтобы удержать призму на месте, а это ограничивает мобильность устройства. Ну и наконец, использование призм противоречит основной идее интегральной оптики, согласно которой все оптические элементы должны быть тонкопленочными. Этому требованию удовлетворяет дифракционный способ ввода-вывода излучения в плоский волновод с использованием решеточных элементов.

Решеточные элементы. Решеточный элемент представляет собой систему близко расположенных штрихов на поверхности волновода, образующих фазовую дифракционную решетку (рис. 7.9). Световая волна, падающая на решетку под углом θ_0 , за счет дифракции порождает в волноводном слое несколько волн, характеризующихся постоянными распространения:

$$\beta_m = k \left(n_2 \sin \theta_0 + m \frac{\lambda}{\Lambda} \right), \quad (7.11)$$

где $m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$; λ — длина волны света; Λ — период решетки. Изменяя угол θ_0 , можно добиться равенства угла дифракции волны первого порядка ($m = \pm 1$) углу распространения одной из волноводных мод:

$$k \left(n_2 \sin \theta_0 \pm \frac{\lambda}{\Lambda} \right) = k n_1 \sin \theta_v. \quad (7.12)$$

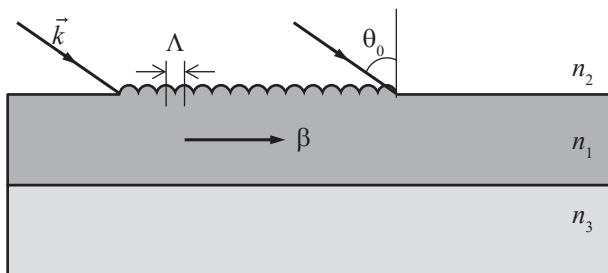


Рис. 7.9. Ввод излучения в планарный волновод при помощи решеточного элемента

Знак «+» в этом выражении соответствует возбуждению волны, распространяющейся в направлении тангенциальной составляющей волнового вектора \vec{k} , а знак «-» — в противоположном направлении.

Для эффективного ввода излучения длина решеточного элемента должна совпадать с шириной светового пучка. В противном случае неосвещенные участки решетки будут способствовать выведению оптического излучения из волновода. Теоретический предел эффективности таких элементов составляет около 80 % при введении гауссова пучка. Преимуществами таких элементов являются их интегрированность в устройство, а также возможность создания на поверхности полупроводниковых устройств, для которых сложно подобрать материал призмы. Однако создавать такие решеточные элементы достаточно трудно, поскольку их период должен быть порядка $\lambda/2$, т. е. 100–300 нм. Для этого используются методы фотолитографии.

7.2. Активные элементы

Одним из важнейших активных элементов интегрально-оптических систем являются *модуляторы* — устройства, изменяющие параметры несущего сигнала в соответствии с изменением инфор-

мационного сигнала. По виду управляемых параметров модуляторы делятся на амплитудные, частотные и фазовые. Встречаются также квадратурные, однополосные и другие виды модуляторов. По способу управления сигналом выделяют электрооптические, акустооптические и магнитооптические модуляторы. В электрооптических и магнитооптических модуляторах управление параметрами световой волны осуществляется с помощью электрического и магнитного полей соответственно. В акустооптических модуляторах интенсивность света изменяется при его дифракции на решетке, образующейся в результате пространственной модуляции показателя преломления оптической среды акустической волной.

7.2.1. Электрооптические модуляторы

Принцип действия электрооптического модулятора основан на электрооптическом эффекте. Для анизотропных сред, которыми являются кристаллы, некоторые структурированные материалы и т.д., поляризация \vec{P} зависит не только от величины, но и от направления поля. При этом

$$P_i = \varepsilon_0 \chi_{ij} E_j.$$

Поскольку $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$, то $\varepsilon_{ij} = 1 + \chi_{ij}$. Величины ε_{ij} и χ_{ij} зависят от выбора направлений осей X , Y и Z . В кристалле их можно выбрать так, чтобы недиагональные элементы обратились в ноль. Это так называемые *главные оси кристалла*.

Поскольку фазовая скорость световой волны зависит от состояния поляризации плоской волны и направления ее распространения, то в анизотропной среде для произвольного направления существуют две независимые волны с конкретными фазовыми скоростями и направлениями поляризации. Эти скорости и направления находятся из уравнений Максвелла.

Для анализа поляризации волн, распространяющихся в анизотропной среде, вводят тензор, обратный тензору диэлектрической проницаемости:

$$\hat{\eta} = \hat{\epsilon}^{-1}, \quad (7.13)$$

так называемый *тензор диэлектрической непроницаемости*. В главной системе координат направления поляризации и показатели преломления находятся из *уравнения оптической индикатрисы кристалла*:

$$\frac{x^2}{n_x^2} + \frac{y^2}{n_y^2} + \frac{z^2}{n_z^2} = 1, \quad (7.14)$$

которое по форме представляет собой уравнение эллипсоида. Здесь x, y, z — текущие координаты в направлениях, в которых векторы \vec{D} и \vec{E} параллельны друг другу, а n_x^{-2}, n_y^{-2} и n_z^{-2} — главные значения тензора непроницаемости $\hat{\eta}$.

Тензор $\hat{\eta}$ зависит от распределения зарядов в кристалле. Поэтому наложение внешнего электрического поля приводит к перераспределению зарядов и небольшой деформации кристаллической решетки, а это, в свою очередь, приводит к изменению тензора непроницаемости $\hat{\eta}$. В этом и заключается суть электрооптического эффекта. Если величина внешнего электрического поля не слишком велика, то приращение компонент тензора непроницаемости можно разложить в ряд:

$$\Delta\eta_{ij} = \eta_{ij}(E) - \eta_{ij}(0) = r_{ijk}E_k + s_{ijkl}E_kE_l + \dots \quad (7.15)$$

Здесь первое слагаемое описывает линейный электрооптический эффект (эффект Поккельса) и r_{ijk} — линейные электрооптические коэффициенты, а второе слагаемое описывает квадратичный электрооптический эффект (эффект Керра) и s_{ijkl} — квадратичные электрооптические коэффициенты. Слагаемые более высоких порядков очень малы, поэтому ими обычно пренебрегают.

Общее количество компонент тензора \hat{r} составляет 27, а тензора \hat{s} — 81. Но поскольку коэффициенты r_{ijk} и s_{ijkl} являются симметричными по индексам i и j (т. е. $r_{ijk} = r_{jik}$), а s_{ijkl} еще и по k и l , то запись этих тензоров можно упростить, воспользовавшись обозначениями *Войгта*:

$$\begin{aligned} r_{11k} &= r_{1k}, & r_{23k} &= r_{32k} = r_{4k}, \\ r_{22k} &= r_{2k}, & r_{13k} &= r_{31k} = r_{5k}, \\ r_{33k} &= r_{3k}, & r_{12k} &= r_{21k} = r_{6k}. \end{aligned} \quad (7.16)$$

При такой записи 27 компонент тензора \hat{r} образуют всего лишь матрицу 6×3 , а тензор \hat{s} записывается в виде матрицы 6×6 . Вид этих матриц определяется симметрией кристалла, и для всех 32 точечных групп симметрии он хорошо известен. Следует отметить, что в кристаллах, обладающих центром инверсии, линейный электрооптический эффект отсутствует. Это связано с тем, что действие оператора инверсии на тензор \hat{r} приводит к смене знака: $\hat{I}r_{ijk} = r'_{ijk} = -r_{ijk}$. В то же время любое свойство тензора должно быть инвариантным относительно инверсии, поэтому $r'_{ijk} = r_{ijk}$, а это возможно только в том случае, если $r_{ijk} = 0$.

В общем случае при ненулевом внешнем электрическом поле главные оси эллипсоида диэлектрической непроницаемости не совпадают с невозмущенными главными осями тензора $\hat{\eta}$. В результате в уравнении индикатрисы появляются перекрестные члены. Используя введенные обозначения для тензора \hat{r} , уравнение оптической индикатрисы можно записать в виде

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{n_x^2} + r_{1k} E_k \right) x^2 + \left(\frac{1}{n_y^2} + r_{2k} E_k \right) y^2 + \left(\frac{1}{n_z^2} + r_{3k} E_k \right) z^2 + \\ + 2yzr_{4k} E_k + 2zxr_{5k} E_k + 2xyr_{6k} E_k = 1. \end{aligned} \quad (7.17)$$

Здесь следует учесть, что по индексам k ведется суммирование. При отсутствии поля ($E_k = 0$) это уравнение вновь становится невозмущенным. Поворачивая систему координат, всегда можно

найти новую систему главных осей для возмущенного эллипсоида. Размер и ориентация такого эллипсоида зависят как от величины и направления приложенного поля, так и от матричных элементов r_{ijk} .

Амплитудный электрооптический модулятор. Двулучепреломление, индуцированное электрическим полем, приводит к тому, что волна, поляризованная вдоль оси X , приобретает поляризацию вдоль оси Y . Если на выходе кристалла поместить поляризатор, скрещенный с направлением поляризации падающего света, т. е. пропускающий Y компоненту, то при включенном поле свет будет проходить через такую систему без потерь, а при выключенном поле свет будет полностью задерживаться. Этот принцип лежит в основе работы амплитудных электрооптических модуляторов света.

Амплитудные модуляторы состоят из электрооптического кристалла, помещенного между двумя скрещенными поляризаторами. В отсутствие поля сам кристалл вносит вклад в длину оптического пути, что приводит к сдвигу фазы световой волны или так называемой *фазовой задержке*. При включении поля возникает дополнительная задержка Γ , вызванная индуцированным двулучепреломлением:

$$\Gamma = \frac{\omega}{c} (n'_y - n'_x) d, \quad (7.18)$$

где ω — частота света; d — толщина кристалла; n'_y и n'_x — показатели преломления кристалла во внешнем электрическом поле.

Для кристалла дигидрофосфата калия (KH_2PO_4 , KDP), одного из наиболее распространенных электрооптических кристаллов, помещенного в поле \vec{E} , ориентированное параллельно оси Z кристалла, разность показателей преломления составляет

$$n'_y - n'_x = n_0^3 r_{63} E_z. \quad (7.19)$$

Здесь n_0 — показатель преломления кристалла в отсутствие электрического поля. Для кристалла KDP $n_0 = n_x = n_y$. В этом случае фазовая задержка составит

$$\Gamma = \frac{\omega}{c} n_0^3 r_{63} d E_z = \frac{2\pi}{\lambda} n_0^3 r_{63} U, \quad (7.20)$$

где $U = dE_z$ — приложенное напряжение. Напряжение, соответствующее фазовой задержке $\Gamma = \pi$, называется *полуволновым напряжением*:

$$U_\pi = \frac{\lambda}{2n_0^3 r_{63}}. \quad (7.21)$$

Для пластины KDP, вырезанной перпендикулярно оси Z кристалла, полуволновое напряжение составляет 9,3 кВ при длине волны света 633 нм.

Коэффициент пропускания T такого модулятора определяется как

$$T = \sin^2\left(\frac{\Gamma}{2}\right) = \sin^2\left(\frac{\pi}{2} \frac{U}{U_\pi}\right). \quad (7.22)$$

Чтобы уменьшить управляющее напряжение, в модулятор добавляют четвертьволновую пластинку, которая создает задержку $\Gamma = \pi/2$. В этом случае малая модуляция напряжения приведет к модуляции интенсивности выходящего светового пучка.

Фазовый электрооптический модулятор. Если установить поляризатор перед электрооптическим кристаллом так, чтобы он был параллелен новой оси X' кристалла, то действие поля, ориентированного вдоль направления оси Z , не изменит направления поляризации, но изменит фазу выходного сигнала на величину

$$\Delta\varphi_{x'} = -\frac{\omega d}{c} \Delta n_{x'}. \quad (7.23)$$

Поскольку $\Delta n_{x'} = n_{x'} - n_0 \approx -0,5n_0^3 r_{63} E_z$, то

$$\Delta\varphi_{x'} = \frac{\omega n_0^3 r_{63}}{2c} E_z d. \quad (7.24)$$

Если электрическое поле E_z изменяется по гармоническому закону, т. е. $E_z = E_m \sin(\omega_m t)$, а поле падающей волны по закону $E_{in} = E_0 \cos(\omega t)$, то на выходе из кристалла получится следующее:

$$E_{out} = E_0 \cos(\omega t + \delta \sin(\omega_m t)), \quad (7.25)$$

где $\delta = \frac{\omega n_0^3 r_{63}}{2c} E_m d$. Таким образом, электрическое поле результиру-

ющего пучка содержит не только основную частоту, но и гармонику, соответствующую частоте модулирующего поля.

Интегральные электрооптические модуляторы. В интегральной оптике электрооптические модуляторы создаются на основе тонкопленочных волноводов. За счет высокой локализации света в области, сравнимой с его длиной волны, для модуляции сигнала достаточно приложения малых напряжений.

Для реализации фазовой модуляции размеры и легирование волновода подбираются так, чтобы он находился выше отсечки для моды с $v = 0$, но ниже отсечки для моды с $v = 1$. В результате в таком волноводе для света данной длины волны реализуется одномодовый режим. Для асимметричного волновода на основе GaAs, изображенного на рис. 7.10, отсечка мод определяется разностью показателей преломления волновода и подложки с учетом электрооптического эффекта. Если волновод ориентирован вдоль направления $\langle 100 \rangle$,

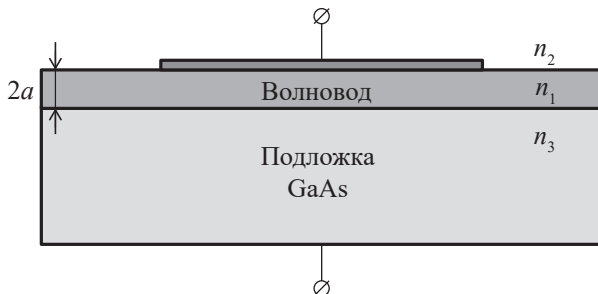


Рис. 7.10. Схема планарного электрооптического модулятора

то во внешнем электрическом поле $E_x = E$ ($E_y = E_z = 0$) приращение показателя преломления составит

$$\Delta n = \frac{n_1^3 r_{41} U}{4\sqrt{3}a}. \quad (7.26)$$

При этом постоянная распространения также изменится на величину $\Delta\beta = \Delta n k$. Тогда изменение фазы сигнала, вызванное электрическим полем, можно найти следующим образом:

$$\Delta\varphi = \Delta\beta L = \frac{\pi}{\lambda} \frac{n_1^3 r_{41}}{\sqrt{3}} \frac{UL}{2a}. \quad (7.27)$$

Здесь L — длина модулятора вдоль оси Z .

Для амплитудной модуляции разность показателей преломления на границе раздела волновод — подложка должна быть такой, чтобы в отсутствие поля волновод находился точно в предпороговых условиях для моды низшего порядка ($v = 0$). Тогда при подаче напряжения на электроды поле вызовет изменение показателя преломления и волновод станет направляющим для этой моды.

Другим способом амплитудной электрооптической модуляции в интегральной оптике является использование эффекта оптического туннелирования. Как было показано в параграфе 7.1.4, в двух близко расположенных волноводах возможна перекачка энергии за счет перекрытия «хвостов» функций распределения электрического поля (см. рис. 7.6). Полная перекачка энергии от одного волновода к другому достигается при условии $\Delta\beta = \beta_a - \beta_b = 0$ на расстоянии $L = \pi/2c$, где c — коэффициент связи мод.

Приложение внешнего электрического поля приводит к изменению показателя преломления одного или обоих волноводов, в результате чего условие $\Delta\beta = 0$ нарушается. При этом эффективность перекачки энергии уменьшится, а при определенных величинах поля полностью прекратится. В этом случае такую систему можно рассматривать как оптический переключатель.

Для модуляции амплитуды световой волны можно использовать перекачку энергии и между ТЕ- и ТМ-модами. При возбуждении в волноводе ТЕ-моды с амплитудой E_1 в результате поляризации среды $P = \Delta\epsilon E_1$ может образоваться ТМ-мода с амплитудой E_2 . Это происходит, если выполняются следующие условия:

$$\vec{E}_2 \cdot \Delta\epsilon \vec{E}_1 \neq 0 \quad \text{и} \quad \beta_{\text{ТЕ}} \approx \beta_{\text{ТМ}}. \quad (7.28)$$

При приложении внешнего поля изменение тензора диэлектрической непроницаемости $\hat{\eta}$ приводит к изменению тензора $\hat{\epsilon}$:

$$\Delta\hat{\epsilon} = -\hat{\epsilon} \cdot \Delta\hat{\eta} \cdot \hat{\epsilon} = -\hat{\epsilon} \left(r_{ijk} E_k \right) \hat{\epsilon}. \quad (7.29)$$

Для планарных волноводов, изготовленных из изотропных материалов, диэлектрическая проницаемость — скалярная величина, равная n^2 . Поэтому

$$\Delta\epsilon = -n^2 r E. \quad (7.30)$$

Если изменение $\Delta\epsilon$ вызывает связь между ТЕ- и ТМ-модами, то возникает возможность управления перекачкой энергии за счет приложения электрического поля. Пример такого модулятора на основе кристалла ниобата лития (LiNbO_3) приведен на рис. 7.11.

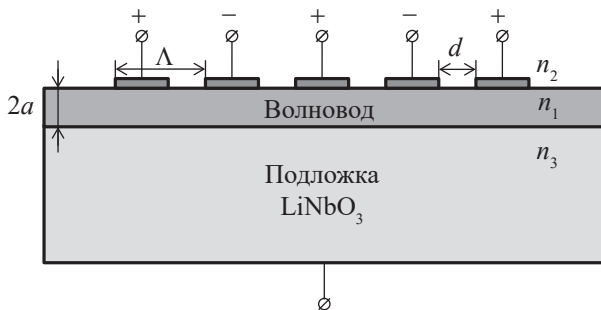


Рис. 7.11. Схема электрооптического модулятора на основе перекачки энергии между ТЕ- и ТМ-модами

К электродам прикладывается электрическое поле с чередующимся знаком:

$$E_x = \frac{U}{d} f(y), \quad (7.31)$$

где $f(y)$ — периодическая функция в виде прямоугольных импульсов:

$$f(y) = \begin{cases} 1, & 0 < y < \frac{\Lambda}{2}, \\ -1, & \frac{\Lambda}{2} < y < \Lambda. \end{cases} \quad (7.32)$$

В результате электрооптического эффекта такое поле приводит к периодическим изменениям тензора непроницаемости η_{ij} . В случае волновода из ниобата лития xz -компонента этого тензора записывается в виде $\Delta\eta_{13} = r_{51}E_1$. Тогда $\Delta\epsilon_{13} = -\epsilon_{11}\Delta\eta_{13}\epsilon_{33}$. Если тензор ϵ записан в главных осях, то

$$\Delta\epsilon_{13} = -n_0^2 n_e^2 r_{51} \frac{U}{d} f(y). \quad (7.33)$$

Для мод, далеких от отсечки, постоянные распространения близки к значениям волновых векторов в неограниченной анизотропной среде:

$$\beta_{TE} \approx n_e \frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{и} \quad \beta_{TM} \approx n_0 \frac{2\pi}{\lambda}. \quad (7.34)$$

Таким образом, в такой системе возможна перекачка энергии между ТЕ- и ТМ-модами. Для кристалла ниобата лития показатели преломления n_e и n_0 равны 2.21 и 2.30 соответственно. При длине волны света 633 нм период электродов должен быть около 7 мкм. Величина электрооптического коэффициента r_{51} составляет 2.8×10^{-12} м/В. Если управляющее напряжение $U = 20$ В, то на полное преобразование мод потребуется расстояние $L = 550$ мкм. Чем выше будет управляющее напряжение, тем меньше будет длина L .

7.2.2. Магнитооптические модуляторы

Если линейно-поляризованный свет распространяется в ферромагнетике параллельно направлению намагниченности, то его поляризация поворачивается. Этот эффект называется *эффектом Фарадея*, и он лежит в основе работы наиболее распространенных магнитооптических модуляторов.

Распространение света в анизотропной среде описывается уравнениями Максвелла и материальными соотношениями, учитывающими макроскопические электрические и магнитные свойства среды. Когда мы рассматривали распространение света по диэлектрическим волноводам, мы пренебрегали магнитными свойствами среды и считали, что $\mu = 1$. При распространении света в ферромагнитной среде ее магнитные свойства учитывать нужно. Однако для прозрачных и полупрозрачных кристаллов влияние тензора μ_{ij} на оптические свойства невелико, и его можно по-прежнему считать равным единице.

Рассмотрим кристалл низкой симметрии, обладающий намагниченностью вдоль оси Z . Согласно принципу Кюри (объект сохраняет лишь те элементы симметрии, которые совпадают с элементами симметрии внешнего воздействия) намагниченность M понижает симметрию системы до одноосной. При этом тензор диэлектрической проницаемости ϵ_{ij} перестает быть диагональным. В общем случае компоненты тензора ϵ_{ij} могут быть комплексными, т. е. $\epsilon_{ij} = \epsilon'_{ij} + i\epsilon''_{ij}$. Тогда и весь тензор можно представить в виде суммы симметричного и антисимметричного тензоров:

$$\hat{\epsilon} = \hat{\epsilon}' + \hat{\epsilon}'' = \begin{pmatrix} \epsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & \epsilon_{12} & 0 \\ -\epsilon_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & 0 \\ -\epsilon_{12} & \epsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33} \end{pmatrix}.$$

Для того чтобы выполнялось условие комплексности тензора ϵ_{ij} , антисимметричный тензор должен быть комплексным, а симметричный — действительным. Это условие можно записать в явном виде, введя обозначение: $\epsilon_{12} = ig$.

Направим свет вдоль оси Z кристалла. Будем считать его линейно поляризованным с произвольной ориентацией плоскости поляризации. Тогда система уравнений для эллипсоида показателя преломления будет иметь вид

$$\begin{cases} (n^2 - \varepsilon_{11})E_1 + igE_2 = 0, \\ -igE_1 + (n^2 - \varepsilon_{22})E_2 = 0. \end{cases} \quad (7.35)$$

Нетривиальные решения этой системы существуют только в случае равенства нулю ее определителя. Это условие позволяет найти собственные значения показателей преломления:

$$n_{\pm}^2 = \frac{1}{2} \left[\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} \pm \sqrt{(\varepsilon_{22} - \varepsilon_{11})^2 + 4g^2} \right]. \quad (7.36)$$

Если среда в отсутствие магнитного поля изотропна, то $\varepsilon_{11} = \varepsilon_{22}$. Тогда $n_{\pm}^2 = \varepsilon_{11} \pm g$. Подставляя это выражение обратно в систему (7.35), получим $E_1 = \pm iE_2$. Таким образом, в кристалле существуют две волны с различным направлением круговой поляризации, для которых показатели преломления будут различны: n_{\pm} . Эти волны можно записать в виде

$$\begin{aligned} \vec{e}_+ &= \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \exp \left(i\omega \left(t - \frac{n_+ z}{c} \right) \right), \\ \vec{e}_- &= \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \exp \left(i\omega \left(t - \frac{n_- z}{c} \right) \right). \end{aligned} \quad (7.37)$$

Зададим теперь направление поляризации падающей волны. Будем считать, что она поляризована вдоль оси X и имеет амплитуду \vec{E}_0 . В среде такая волна возбудит две моды с векторами \vec{e}_+ и \vec{e}_- :

$$\vec{E} = C_1 \vec{e}_+ + C_2 \vec{e}_-. \quad (7.38)$$

Константы C_1 и C_2 определяются из граничных условий при $z = 0$:

$$\begin{cases} C_1 + C_2 = E_0, \\ i(C_1 - C_2) = 0. \end{cases} \quad (7.39)$$

Отсюда следует, что $C_1 = C_2 = E_0/2$. Тогда при $z > 0$ имеем

$$\begin{aligned} \vec{E}(z) &= \frac{1}{2} E_0 \vec{e}_+ + \frac{1}{2} E_0 \vec{e}_- = \frac{1}{2} E_0 \exp\left(i\omega\left(t - \frac{n_0 z}{c}\right)\right) \times \\ &\times \left[\begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \exp\left(-\frac{i\omega\Delta n z}{c}\right) + \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \exp\left(\frac{i\omega\Delta n z}{c}\right) \right] = \\ &= E_0 \exp\left(i\omega\left(t - \frac{n_0 z}{c}\right)\right) \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\omega\Delta n z}{c}\right) \\ \sin\left(\frac{\omega\Delta n z}{c}\right) \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (7.40)$$

где $\Delta n = (n_+ - n_-)/2$ и $n_0 = (n_+ + n_-)/2$.

Если $|g| \ll \varepsilon_{11}$, то $n_0^2 \approx \varepsilon_{11}$ и $\Delta n \approx g/2\sqrt{\varepsilon_{11}}$. Поскольку ε_{11} и g — действительные величины, как было обозначено вначале, то внутри среды световая волна останется линейно-поляризованной, но повернется на угол

$$\Phi = \frac{\omega}{c}(n_+ - n_-)h \approx \frac{\omega g}{2cn_0}h = \Phi_F h. \quad (7.41)$$

Здесь коэффициент Φ_F называется *удельным фарадеевским вращением*, а h — расстояние, пройденное волной в среде.

Если в отсутствие магнитного поля кристалл анизотропен, он будет обладать собственным двулучепреломлением и приравнять ε_{11} к ε_{22} уже нельзя. В этом случае в систему уравнений (7.35) нужно подставлять выражение (7.36) в общем виде. После ряда преобразований можно показать, что эллиптически поляризованные моды в кристалле будут иметь вид

$$\vec{e}_1 = C_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -i \\ \eta \end{pmatrix} \exp\left(i\omega\left(t - \frac{n_+ z}{c}\right)\right) \text{ и } \vec{e}_2 = C_2 \begin{pmatrix} 1 \\ i\eta \end{pmatrix} \exp\left(i\omega\left(t - \frac{n_- z}{c}\right)\right), \quad (7.42)$$

где $\eta = \frac{2g}{\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22} \pm \sqrt{(\varepsilon_{22} - \varepsilon_{11})^2 + 4g^2}}$, а константы C_1 и C_2 находятся из граничных условий:

$$C_1 = \frac{\eta^2}{1 + \eta^2} E_0 \quad \text{и} \quad C_2 = \frac{1}{1 + \eta^2} E_0. \quad (7.43)$$

Тогда для вектора напряженности электромагнитного поля волны получим выражение

$$\begin{aligned} \vec{E}(z) &= C_1 \vec{e}_+ + C_2 \vec{e}_- = E_0 \exp\left(i\omega\left(t - \frac{n_0 z}{c}\right)\right) \times \\ &\times \left[\frac{\eta^2}{1 + \eta^2} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \\ \eta \end{pmatrix} \exp\left(-\frac{i\omega\Delta n z}{c}\right) + \frac{1}{1 + \eta^2} \begin{pmatrix} 1 \\ i\eta \end{pmatrix} \exp\left(\frac{i\omega\Delta n z}{c}\right) \right] = \quad (7.44) \\ &= E_0 \exp\left(i\omega\left(t - \frac{n_0 z}{c}\right)\right) \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\omega\Delta n z}{c}\right) + i \frac{1 - \eta^2}{1 + \eta^2} \sin\left(\frac{\omega\Delta n z}{c}\right) \\ -\frac{2\eta}{1 + \eta^2} \sin\left(\frac{\omega\Delta n z}{c}\right) \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Из этого выражения следует, что E_y не может превышать величину $2\eta E_0 / (1 + \eta^2)$, а сам коэффициент $2\eta / (1 + \eta^2)$ тем меньше, чем больше разность $|\varepsilon_{22} - \varepsilon_{11}|$. Таким образом, угол поворота плоскости поляризации в кристалле с естественным двулучепреломлением снижается и может совсем пропасть при $|g| \ll |\varepsilon_{22} - \varepsilon_{11}|$.

Амплитудный магнитооптический модулятор. Для модуляции света магнитооптический кристалл помещают внутрь катушки, создающей магнитное поле вдоль направления распространения света (рис. 7.12). С обеих сторон устанавливают поляризатор и анализа-

тор. В отсутствие магнитного поля магнитооптический кристалл не влияет на поляризацию и интенсивность света определяется законом Малюса:

$$I = \left(E_0 \cos \Phi_{\text{ПА}} \right)^2 = I_0 \cos^2 \Phi_{\text{ПА}}, \quad (7.45)$$

где I_0 — интенсивность падающего света; $\Phi_{\text{ПА}}$ — угол между осями пропускания поляризатора и анализатора.

При включении магнитного поля плоскость поляризации на выходе из кристалла повернется на угол $\pm \Phi$. В этом случае интенсивность выходящего света будет описываться выражением

$$I = \left(E_0 \cos(\Phi_{\text{ПА}} \pm \Phi) \right)^2 = I_0 \cos^2(\Phi_{\text{ПА}} \pm \Phi_F h). \quad (7.46)$$

С учетом оптических потерь в поляризаторе и анализаторе, а также с учетом поглощения света кристаллом интенсивность прошедшего света можно записать в виде

$$I_{\pm} = p I_0 \exp(-\alpha h) \left[(1 - \delta) \cos^2(\Phi_{\text{ПА}} \pm \Phi_F h) + \delta \right]. \quad (7.47)$$

Здесь p — коэффициент, учитывающий потери в поляризаторе и анализаторе, а также потери на отражение; α — коэффициент поглощения кристалла; δ — поправка, учитывающая неполноту погасания скрещенных поляризаторов.

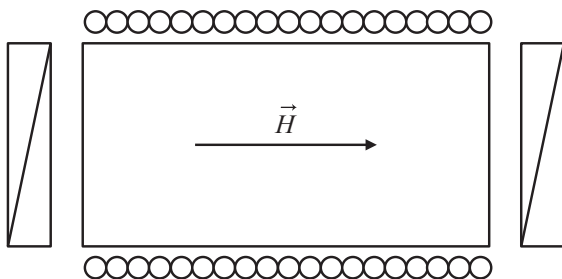


Рис. 7.12. Схема магнитооптического модулятора

Оптический КПД η такого магнитооптического модулятора определяется как $\eta = (I_+ - I_-)/I_0$, а глубина модуляции m — как $m = 100 \times (I_+ - I_-)/I_+$. С учетом (7.47) выражение для КПД можно записать в виде

$$\eta = p(1 - \delta) \exp(-\alpha h) \sin(2\Phi_{\text{ПА}}) \sin(2\Phi_F h). \quad (7.48)$$

Максимальная чувствительность модулятора к управляющему полю достигается при угле $\Phi_{\text{ПА}} = \pi/4$. При этом $\eta = p(1 - \delta) \exp(-\alpha h) \times \sin(2\Phi_F h)$. В то же время максимальной глубине модуляции соответствует угол $\Phi_{\text{ПА}} = \Phi_F h$, так как в этом случае интенсивность света в одном направлении будет равна нулю. При этом КПД составляет $\eta = p(1 - \delta) \exp(-\alpha h) \sin^2(2\Phi_F h)$.

Оптимальная толщина среды $h_{\text{опт}}$ находится путем дифференцирования выражения (7.48) по h :

$$h_{\text{опт}} = \frac{1}{\Phi_F} \arctg\left(\frac{2\Phi_F}{\alpha}\right). \quad (7.49)$$

Интегральные магнитооптические модуляторы. В устройствах интегральной оптики в качестве материала для магнитооптических волноводов используются прозрачные феррит-гранаты. При этом направление их спонтанной намагниченности должно лежать в плоскости пленки, а коэрцитивная сила должна быть минимальной для того, чтобы вращать поляризацию при помощи небольших магнитных полей.

Впервые волноводное распространение света в магнитооптической пленке наблюдалось в пленке $\text{Y}_3\text{Fe}_{4,3}\text{Sc}_{0,7}\text{O}_{12}$, выращенной на подложке из галлий-гадолиниевого граната. Оптические потери составляли при этом 8 дБ/см при использовании света с длиной волны 1,152 мкм и около 3 дБ/см при использовании света с длиной волны 1,523 мкм.

Наиболее перспективным материалом для таких волноводов являются пленки, содержащие ионы висмута (Bi) и празеодима (Pr).

Висмут увеличивает фарадеевское вращение, а празеодим создает анизотропию в плоскости.

В интегральных магнитооптических модуляторах модуляция света обычно осуществляется за счет перекачки энергии между ТЕ- и ТМ-модами. Для y -компонент этих мод можно записать

$$\begin{aligned} E_y(x, z) &= E_0(x) \exp(i(\beta_E z - \omega t)), \\ H_y(x, z) &= H_0(x) \exp(i(\beta_H z - \omega t)). \end{aligned} \quad (7.50)$$

Полная перекачка энергии происходит, если $\Delta\beta = \beta_E - \beta_H = 0$. Однако в отсутствие магнитного поля волновые числа для ТЕ- и ТМ-мод одного порядка не совпадают, причем $\Delta\beta > 0$. Влияние магнитного поля заключается в том, что в тензорах ϵ и μ возникают недиагональные члены, приводящие к небольшому изменению постоянных распространения этих мод (на величину δ_E и δ_H соответственно). Тогда условие фазового синхронизма будет иметь вид

$$\Delta\beta' = \Delta\beta + \delta_E - \delta_H = 0. \quad (7.51)$$

Это условие выполняется, если $\delta_H > \delta_E$. Таким образом, недиагональные компоненты тензоров ϵ и μ делают возможным преобразование одной моды в другую. Однако коэффициент такого преобразования достаточно мал, и, чтобы его увеличить, на поверхности волновода создают электрод в форме меандра (рис. 7.13). Когда через электрод течет ток, создается магнитное поле и происходит

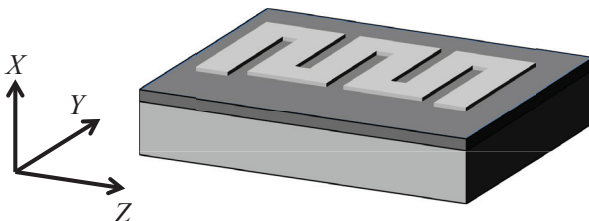


Рис. 7.13. Схема интегрального магнитооптического модулятора

преобразование мод. В области, где напряженность поля параллельна оси Z , эффективность преобразования максимальна, а там, где перпендикулярна, преобразования мод не происходит, здесь происходят развязка мод и набегание разности фаз.

7.2.3. Акустооптические модуляторы

Принцип действия акустооптических модуляторов заключается во взаимодействии поверхностных акустических волн с оптическими модами волновода. При прохождении упругих акустических волн через кристалл в нем возникают механические напряжения, которые приводят к периодическому изменению показателя преломления. Этот эффект называется *фотоупругим* и описывается тензором четвертого ранга (тензором фотоупругости), который связывает тензор механических напряжений с оптической индикатрисой. Изменение показателя преломления Δn связано с акустической мощностью P_a выражением

$$\Delta n = \sqrt{\frac{M_2 10^7 P_a}{2A}}. \quad (7.52)$$

Здесь $M_2 = \frac{n^6 p^2}{\rho v_a^3}$ — коэффициент акустооптической добротности

(один из важнейших параметров для оценки эффективности работы акустооптического материала), n — показатель преломления среды в отсутствие механических напряжений, p — соответствующий элемент тензора фотоупругости, ρ — плотность материала, v_a — скорость звуковых волн, A — площадь поперечного сечения образца, через которую проходит волна.

Несмотря на то что сам по себе акустооптический эффект сравнительно мал (Δn обычно имеет порядок 10^{-4}), воздействие акустических волн на пучок света может быть весьма заметным, так как при соответствующем согласовании фаз каждая область с такой разницей показателей преломления способствует накоплению оп-

тических взаимодействий. В результате могут наблюдаться значительные дифракционные эффекты.

Для возбуждения поверхностных акустических волн обычно используются пьезоэлектрические преобразователи, которые представляют собой систему встречно-штыревых электродов, нанесенных на поверхность пьезоэлектрика, например, ниобата лития (рис. 7.14). Для каждого материала существует оптимальное число пар электродов, при котором потери минимальны, а полоса частот максимальна. Такие преобразователи изготавливаются методами фотолитографии, поэтому они достаточно миниатюрны и широко применяются в интегральной оптике.

Существует два основных типа акустооптических модуляторов: Рамана — Ната и Брэгга. В модуляторах Рамана — Ната луч света падает перпендикулярно акустическому пучку (рис. 7.14) и испытывает при этом сдвиг фазы:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\frac{M_2 10^7 P_a L}{2a}} \sin\left(\frac{2\pi y}{\Lambda}\right), \quad (7.53)$$

где L — длина акустического взаимодействия; a — ширина акустического пучка; Λ — длина волны звуковой волны; λ — длина волны света; y — координата. Для получения дифракции Рамана — Ната длина взаимодействия должна быть достаточно короткой, чтобы не возникала многократная дифракция. Это обеспечивается при выполнении условия $L \ll \Lambda^2/\lambda$. Максимально возможное значение сдвига фазы составляет

$$\Delta\varphi_m = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\frac{M_2 10^7 P_a L}{2a}}. \quad (7.54)$$

В результате дифракции падающий пучок света распадается на ряд дифракционных пучков различного порядка m ($m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$), распространяющихся под разными углами: $\sin\theta = \frac{m\lambda}{\Lambda}$.

В качестве выходного канала в модуляторах Рамана — Ната обычно используют дифракционный пучок нулевого порядка. При этом максимальная глубина модуляции определяется как

$$\eta = \frac{I_0 - I|_{m=0}}{I_0} = 1 - \left(J_0(\Delta\varphi_m) \right)^2, \quad (7.55)$$

где J_0 — функция Бесселя нулевого порядка. Как правило, она меньше, чем у модуляторов Брэгга. Кроме того, модуляторы Рамана — Ната нельзя использовать в качестве оптических переключателей, так как дифрагировавший свет распределяется по большому числу порядков, расположенных под разными углами. Поэтому такие модуляторы используются достаточно редко.

В модуляторах Брэгга, в отличие от модуляторов Рамана — Ната, свет испытывает многократную дифракцию, поэтому длина взаимодействия между оптическим и акустическим пучками должна быть

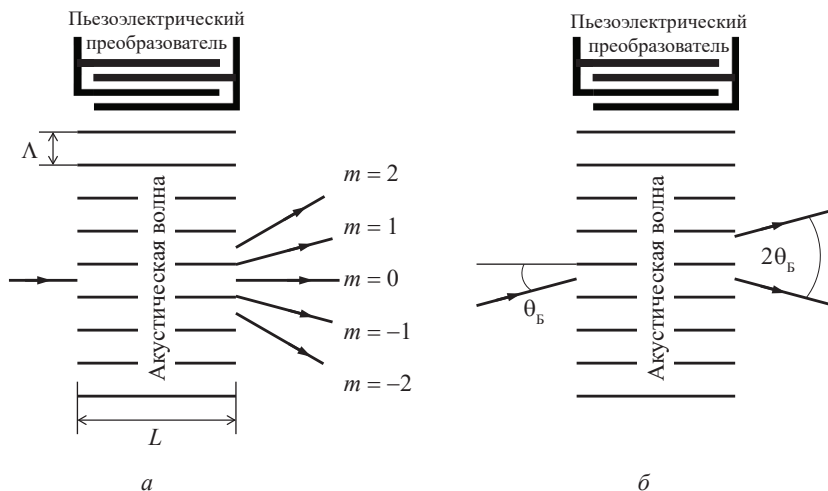


Рис. 7.14. Схемы акустооптических модуляторов Рамана — Ната (а) и Брэгга (б)

достаточно большой: $L \gg \Lambda^2/\lambda$, а входной угол должен быть равен углу Брэгга θ_B , который определяется выражением

$$\sin \theta_B = \frac{\lambda}{2\Lambda}. \quad (7.56)$$

Дифрагированный пучок света первого порядка выходит под углом $2\theta_B$ по отношению к входному (рис. 7.14), однако в качестве выхода модулятора обычно используют пучок нулевого порядка. В этом случае максимальная глубина модуляции определяется выражением

$$\eta = \frac{I_0 - I|_{m=0}}{I_0} = \sin^2 \left(\frac{\Delta\varphi_m}{2} \right) = \sin^2 \left(\frac{\pi}{\lambda} \sqrt{\frac{M_2 10^7 P_a L}{2a}} \right). \quad (7.57)$$

Модуляторы Брэгга можно использовать и в качестве дефлекторов или переключателей. Если частоту акустического сигнала поддерживать постоянной, то оптический пучок можно отклонить на угол $2\theta_B$. Меняя же частоту акустической волны, можно менять углы дифракции и направлять свет в нужные волноводы.

Вопросы для самопроверки

1. Какие виды планарных линз существуют?
2. В чем преимущество геодезических линз перед другими видами линз?
3. Какое физическое явление лежит в основе работы направленных разветвителей?
4. На каком расстоянии происходит полная передача оптической энергии от одного волновода другому?
5. В чем заключается принцип использования призмённых элементов для ввода оптического излучения в планарный волновод?

6. В чем преимущества и недостатки использования решеточных элементов для ввода-вывода оптического излучения?

7. Какие виды модуляторов существуют?

8. В чем суть электрооптического эффекта?

9. По какому принципу работает фазовый электрооптический модулятор?

10. Какие способы модуляции используются в планарных электрооптических модуляторах?

11. Какой эффект лежит в основе магнитооптических модуляторов?

12. В чем заключается принцип действия магнитооптического модулятора?

13. Какой принцип лежит в основе работы акустооптических модуляторов?

14. Чем отличаются акустооптические модуляторы, работающие по принципу Рамана — Ната и Брэгга?

15. Какой вид акустооптических модуляторов можно использовать в качестве оптического переключателя?

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Адамс А. Введение в теорию оптических волноводов : пер. с англ. / А. Адамс. — М. : Мир, 1984. — 512 с.

Барноски М. Введение в интегральную оптику / М. Барноски и др. ; под ред. М. Барноски. — М. : Мир, 1977. — 367 с.

Бейли Д. Волоконная оптика: Теория и практика / Д. Бейли, Э. Райт. — М. : Кудиц-Образ, 2006. — 320 с.

Волоконно-оптические датчики: Вводный курс для инженеров и научных работников : пер. с англ. / под ред. Э. Удда. — М. : Техносфера, 2008. — 520 с.

Глущенко А. Г. Физические основы волоконной оптики : конспект лекций / А. Г. Глущенко, М. В. Головкина. — Самара : ГОУВПО ПГУТИ, 2009. — 144 с.

Гончаренко А. М. Основы теории оптических волноводов / А. М. Гончаренко, В. А. Карпенко, И. А. Гончаренко. — Минск : Белорус. наука, 2009. — 296 с.

Гроднев И. И. Волоконно-оптические линии связи : учеб. пособие / И. И. Гроднев. — М. : Радио и связь, 1990. — 224 с.

Интегральная оптика : пер. с англ. / под ред. Т. Тамира. — М. : Мир, 1978. — 344 с.

Нойкин Ю. М., Махно П. В. Физические основы оптической связи : электрон. учеб. пособие. — Ростов н/Д, 2011 [Электронный ресурс]. URL: <http://foos.stedu.ru> (дата обращения: 03.03.2019).

Панов М. Ф. Физические основы интегральной оптики : учеб. пособие / М. Ф. Панов, А. В. Соломонов, Ю. В. Филатов. — М. : Издат. центр «Академия», 2010. — 432 с.

Семенов А. С. Интегральная оптика для систем передачи и обработки информации / А. С. Семенов, В. П. Смирнов, А. В. Шмалько.— М. : Радио и связь, 1990.— 224 с.

Сидоров А. И. Материалы и технологии интегральной оптики : учеб. пособие / А. И. Сидоров, Н. В. Никоноров.— СПб. : СПбГУ ИТМО, 2009.— 107 с.

Хансперджер Р. Интегральная оптика: Теория и технология : пер. с англ. / Р. Хансперджер. — М. : Мир, 1985.— 384 с.

Чео П. К. Волоконная оптика. Приборы и системы : пер. с англ. / П. К. Чео — М. : Энергоатомиздат, 1998.— 220 с.

Шарварко В. Г. Волоконно-оптические линии связи: учеб. пособие / В. Г. Шарварко.— Таганрог : Изд-во ТРТУ, 2006.— 170 с.

RP-Photonics: Open Access Encyclopedia for Photonics and Laser Technology : [site]. URL: www.rp-photonics.com/encyclopedia.html (accessed: 03.03.2019).

Учебное издание

Зеленовский Павел Сергеевич

ОСНОВЫ ИНТЕГРАЛЬНОЙ И ВОЛОКОННОЙ ОПТИКИ

Учебное пособие

Заведующий редакцией *М. А. Овечкина*

Редактор *Т. А. Федорова*

Корректор *Т. А. Федорова*

Компьютерная верстка *В. К. Матвеев*

Подписано в печать 06.03.2019 г. Формат 60×84 1/16.
Бумага офсетная. Цифровая печать. Усл. печ. л. 7,67.
Уч.-изд. л. 5,6. Тираж 40 экз. Заказ 31.

Издательство Уральского университета.
Редакционно-издательский отдел ИПЦ УрФУ
620083, Екатеринбург, ул. Тургенева, 4.
Тел.: +7 (343) 389-94-79, 350-43-28
E-mail: rio.marina.ovechkina@mail.ru

Отпечатано в Издательско-полиграфическом центре УрФУ
620083, Екатеринбург, ул. Тургенева, 4.
Тел.: +7 (343) 358-93-06, 350-58-20, 350-90-13
Факс +7 (343) 358-93-06
<http://print.urfu.ru>

